

2018/2019  
68. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 29. januára 2019.)

1. Na tabuli je napísané kladné celé číslo  $n$ . V jednom kroku smieme číslo z tabule zotrieť a napísať namiesto neho buď jeho dvojnásobok, alebo jeho dvojnásobok zväčšený o 1. Pre koľko počiatočných čísel  $n$  rôznych od 2019 môžeme dosiahnuť to, že sa po konečne veľa krokoch číslo 2019 na tabuli objaví? (Josef Tkadlec)
2. Nájdite všetky trojciferné čísla s touto vlastnosťou: ak vyškrtneme v čísle jeho prostrednú cifru a vzniknuté dvojciferné číslo vynásobíme druhou mocninou vyškrtnutej cifry, dostaneme opäť pôvodné trojciferné číslo. (Tomáš Jurík)
3. Daná je kružnica  $k$  a jej priemer  $AB$ . Vnútri úsečky  $AB$  zvolíme ľubovoľný bod  $C$  a potom na kružnici  $k$  vyberieme bod  $D$  tak, aby platilo  $|BC| = |BD|$ . Os uhla  $ABD$  pretína kružnicu  $k$  v bode  $E$  (rôznom od bodu  $B$ ). Dokážte, že trojuholníky  $AEC$  a  $CBD$  sú podobné. (Šárka Gergelitsová)