

2018/2019
68. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 29. januára 2019.)

1. Aký je najväčší možný počet čísel, ktoré sa dajú vybrať z množiny $\{1, 2, \dots, 2019\}$ tak, aby súčin žiadnych troch z vybraných čísel nebol deliteľný deviatimi? Uveďte príklad vyhovujúcej podmnožiny a zdôvodnite, prečo nemôže mať väčší počet prvkov. (Aleš Kobza)
2. Pavol a Michal hrajú nasledujúcu hru: Pri vrchoch štvorstena (trojbokého ihlana) sú zozačiatku napísané nuly. Pavol najskôr vyberie niektorý vrchol štvorstena a zväčší číslo pri ňom napísané o 2. Potom Michal vyberie niektorú hranu tohto štvorstena a zväčší čísla v oboch jej krajných bodoch o 1. Ich „ťahy“ sa pravidelne striedajú. Vyhráva ten, po ktorého ťahu budú vo všetkých vrchoch štvorstena navzájom rôzne čísla. Ktorý z hráčov si dokáže zabezpečiť výhru? (Tomáš Jurík)
3. Nech D , E sú postupne stredy strán AB , BC trojuholníka ABC a F je stred úsečky AD . Dokážte, že priamka CD rozpoľuje úsečku EF . (Jaroslav Švrček)