

2018/2019  
68. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 2. apríla 2019.)

1. Každé políčko tabuľky  $68 \times 68$  máme ofarbiť jednou z troch farieb (červená, modrá, biela). Koľkými spôsobmi to možno spraviť tak, aby každá trojica susedných políčok v každom riadku a v každom stĺpci obsahovala políčka všetkých troch farieb?

(Josef Tkadlec)

2. Aký je najmenší možný súčet štyroch prirodzených čísel takých, že dvojice vytvorené z týchto čísel majú najväčšie spoločné delitele 2, 3, 4, 5, 6 a 9? Uveďte príklad vyhovujúcej štvorice s takým súčtom a zdôvodnite, prečo neexistuje vyhovujúca štvorica s menším súčtom.

(Tomáš Jurík)

3. Na strane  $AB$  rovnobežníka  $ABCD$ , v ktorom  $|AB| = 1$ , sú zvolené body  $K$  a  $L$  tak, že  $|BK| = \frac{1}{2}$ ,  $|BL| = \frac{1}{3}$ . Na strane  $CD$  sú zvolené body  $P$  a  $Q$  tak, že  $|CP| = \frac{1}{2}$  a  $|CQ| = \frac{1}{3}$ . Priesečník priamok  $LD$  a  $KP$  označme  $X$ , priesečník priamok  $BD$  a  $LQ$  označme  $Y$ . Dokážte, že priamka  $XY$  rozpoľuje stranu  $BC$ .

(Jaroslav Zhouf)

4. Reálne čísla  $a, b, c$ , všetky väčšie ako  $\frac{1}{2}$ , spĺňajú podmienku  $ab+bc+ca = \frac{5}{4}$ . Dokážte, že platí

$$a + b + c > a^2 + b^2 + c^2.$$

(Patrik Bak)