<u>*Informácia pre okresnú komisiu MO:*</u>

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideľuje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín okresných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: `skmo.sk`. *Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu* `skmo@skmo.sk` *v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke* `skmo.sk/dokument.php?id=429` *nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skrátene len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.*

---

1. *V dvojposchodovom dome, ktorý má obytnú časť okrem 1. a 2. poschodia aj na prízemí, býva 35 ľudí nad niekým a 45 ľudí býva pod niekým. Pritom na 1. poschodí býva jedna tretina všetkých osôb žijúcich v dome. Koľko osôb býva v dome celkom?*

(*Libuše Hozová*)

Riešenie. Ľudia, ktorí bývajú nad niekým, sú obyvateľmi 2. a 1. poschodia. Ľudia, ktorí bývajú pod niekým, sú obyvateľmi 1. poschodia a prízemia. V súčte $35 + 45 = 80$ sú tak obyvatelia 1. poschodia započítaní dvakrát.

Ak počet obyvateľov 1. poschodia označíme p, tak počet všetkých obyvateľov v dome môžeme vyjadriť jednak $80 - p$, jednak $3p$. Z toho dostávame rovnicu, ktorú ľahko vyriešime:

$$\begin{aligned} 3p &= 80 - p,\\ 4p &= 80,\\ p &= 20. \end{aligned}$$

V dome býva celkom 60 ľudí.

Návrh hodnotenia. 2 body za postreh, že obyvatelia 1. poschodia sú v súčte $35+45$ započítaní dvakrát; 2 body za zostavenie a vyriešenie rovnice; 2 body za počet osôb v dome.

Poznámka. Ak d, p, resp. z označuje počty obyvateľov na 2. poschodí, na 1. poschodí, resp. na prízemí, tak zo zadania máme

$$d + p = 35, \quad p + z = 45, \quad d + p + z = 3p.$$

Z toho možno rozličnými spôsobmi vyjadriť všetky neznáme: $d = 15$, $p = 20$ a $z = 25$. Také riešenia hodnoťte po 2 bodoch za zostavenie rovníc, za ich vyriešenie a za záver.

2. *Pre koľko kladných celých čísel menších ako 1000 platí, že medzi číslami 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 je práve jedno, ktoré nie je jeho deliteľom?* (Eva Semerádová)

Riešenie. Keď číslo nie je deliteľné 2, tak nie je deliteľné ani 4, 6 a 8. Keď číslo nie je deliteľné 3, tak nie je deliteľné ani 6 a 9. Keď číslo nie je deliteľné 4, tak nie je deliteľné ani 8. Keď číslo nie je deliteľné 6, tak nie je deliteľné ani 2 a 3. Žiadne z čísel 2, 3, 4 a 6 teda nemôže byť oným jediným číslom z uvedeného zoznamu, ktoré nie je deliteľom hľadaného čísla.

Číslo deliteľné všetkými číslami z uvedeného zoznamu okrem 5 musí byť násobkom $7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$, čo je najmenší spoločný násobok zvyšných čísel. Kladné číslo menšie ako 1000 s touto vlastnosťou je jediné, a to 504.

Číslo deliteľné všetkými číslami z uvedeného zoznamu okrem 7 musí byť násobkom $5 \cdot 8 \cdot 9 = 360$. Kladné čísla menšie ako 1000 s touto vlastnosťou sú dve, a to 360 a 720.

Číslo deliteľné všetkými číslami z uvedeného zoznamu okrem 8 musí byť násobkom $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 = 1260$. Kladné číslo menšie ako 1000 s touto vlastnosťou nie je žiadne.

Číslo deliteľné všetkými číslami z uvedeného zoznamu okrem 9 musí byť násobkom $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 840$. Kladné číslo menšie ako 1000 s touto vlastnosťou je jediné, a to 840.

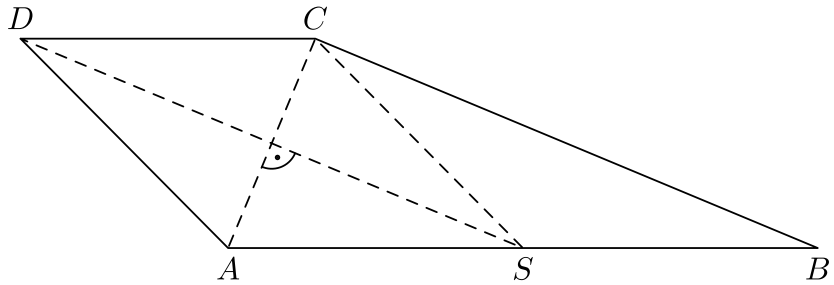
Čísla s uvedenými vlastnosťami sú práve štyri.

Návrh hodnotenia. 2 body za vyhovujúce štyri možnosti; 4 body za vylúčenie ostatných možností a kvalitu komentára.

---

3. *V lichobežníku $ABCD$ so základňami AB a CD platí, že $|AD| = |CD|$, $|AB| = 2|CD|$, $|BC| = 24$ cm a $|AC| = 10$ cm. Vypočítajte obsah lichobežníka $ABCD$.* (Lucie Růžičková)

Riešenie. Označme S stred základne AB. Zo zadania vyplýva, že úsečky AS, SB a CD sú zhodné, teda štvoruholníky $ASCD$ a $SBCD$ sú rovnobežníky.



Uhlopriečka SD delí rovnobežník $ASCD$ na dva zhodné trojuholníky. Aj uhlopriečka SC delí rovnobežník $SBCD$ na dva zhodné trojuholníky. Obsah lichobežníka $ABCD$ je teda rovný trojnásobku obsahu trojuholníka ASD.

Zo zadania navyše vieme, že úsečky AD a CD sú zhodné, teda rovnobežník $ASCD$ je kosoštvorcom a jeho uhlopriečky SD a AC sa pretínajú kolmo. Pritom $|SD| = |BC| = 24$ cm a $|AC| = 10$ cm, obsah trojuholníka ASD je preto rovný $\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 5 = 60$ (cm^2).

Obsah lichobežníka $ABCD$ je rovný $3 \cdot 60 = 180$ (cm^2).

Návrh hodnotenia. 2 body za vzťah medzi obsahom lichobežníka $ABCD$ a obsahom trojuholníka ASD; 2 body za kolmosť úsečiek SD a AC; 2 body za dopočítanie obsahu a kvalitu komentára.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori:	Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník
Recenzenti:	Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný
Redakčná úprava:	Peter Novotný
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019