

2019/2020
69. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 10. decembra 2019.)

1. Predpokladajme, že navzájom rôzne reálne čísla a, b, c, d spĺňajú nerovnosti

$$ab + cd > bc + ad > ac + bd.$$

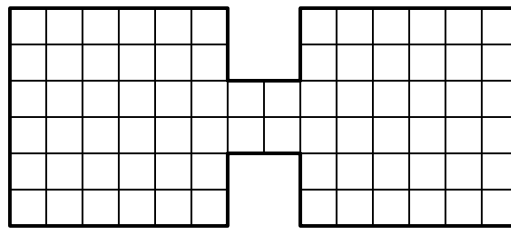
Ak a je z týchto štyroch čísel najväčšie, ktoré z nich je najmenšie? (Josef Tkadlec)

2. Pre trojuholníky ABC a $A'B'C'$ platí

$$|AB| = |A'B'|, \quad |AC| = |A'C'|, \quad |\angle BAC| + |\angle B'A'C'| = 180^\circ.$$

Ukážte, že veľkosť uhla zovretého stranou BC a ťažnicou z vrcholu A je rovnaká ako veľkosť uhla zovretého stranou $B'C'$ a ťažnicou z vrcholu A' . (Patrik Bak)

3. Ukážte, že počet spôsobov, ktorými možno vydláždiť útvar dominovými kockami, sa



Obr. 1

dá vyjadriť ako súčet dvoch druhých mocnín prirodzených čísel. (Josef Tkadlec)