

2019/2020
69. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 14. januára 2020.)

1. Nájdite všetky reálne riešenia sústavy rovníc

$$\frac{1}{x+y} + z = 1, \quad \frac{1}{y+z} + x = 1, \quad \frac{1}{z+x} + y = 1.$$

(Tomáš Bárta)

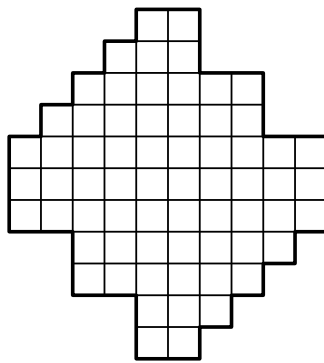
2. V ostrouhlom trojuholníku ABC označme O stred kružnice opísanej. Obraz bodu O v osovej súmernosti podľa priamky AC označme P . Dokážte, že stredy úsečiek AO a BP ležia na tej istej kolmici na priamku BC .
(Patrik Bak)

3. Pre ľubovoľnú štvorprvkovú podmnožinu P množiny $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ označme

$$Q = \{3x : x \in P\} \quad \text{a} \quad R = \{4x : x \in P\}.$$

Určte počet takých množín P , pre ktoré čísla $z \in P, Q, R$ dávajú po delení číslom 13 všetky možné nenulové zvyšky.
(Jaromír Šimša)

4. Určte, koľkými spôsobmi možno útvar



Obr. 1

vydláždiť dominovými kockami.

(Josef Tkadlec)