

2020/2021

70. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 16. 11. 2020,
druhá trojica úloh v pondelok 14. 12. 2020.)

1. Slávka si napísala farebnými fixkami štyri rôzne prirodzené čísla: červené, modré, zelené a žlté. Keď červené číslo vydeli modrým, dostane ako neúplný podiel zelené číslo a žlté predstavuje zvyšok po tomto delení. Keď vydeli modré číslo zeleným, vyjde jej delenie bezo zvyšku a podielom je číslo žlté. Slávka prezradila, že dve z jej štyroch čísel sú 97 a 101. Určte ostatné Slávkine čísla a priradte jednotlivým číslam farby. Nájdite všetky možnosti. (Michaela Petrová)

2. Nájdite všetky dvojice nezáporných celých čísel x a jednociferných prirodzených čísel y , pre ktoré platí

$$\frac{x}{y} + 1 = x,\bar{y}.$$

Zápis na pravej strane rovnosti označuje periodické číslo. (Karel Pazourek)

3. V rovnostrannom trojuholníku ABC je bod T jeho ťažiskom, bod R je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky AB a bod N je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky BC . Určte pomer obsahov trojuholníkov ABC a TRN . (Eva Semerádová)

4. Na stene boli napísané dve rovnaké päťciferné čísla. Pat pred jedno z týchto čísel pripísal jednotku, Mat pripísal jednotku za to druhé. Tým dostali dve šesťciferné čísla, z ktorých jedno bolo trikrát väčšie ako druhé. Ktoré päťciferné čísla boli pôvodne napísané na stene? (Libuše Hozová)

5. Na ihrisku sú nakreslené tri rovnako veľké kruhy, z ktorých žiadne dva nie sú totožné. Rozmiestnite 16 dievčat tak, aby v každom kruhu stálo 9 dievčat. Nájdite aspoň osem podstatne odlišných rozmiestnení, t. j. takých rozmiestnení, pri ktorých sa nerozlišujú dievčatá ani kruhy. (Zámena jednotlivých dievčat, príp. celých kruhov s dievčatami dáva rozmiestnenie, ktoré nie je podstatne odlišné od pôvodného.) (Libuše Hozová)

6. Jozef a Mária objavili na dovolenke pravidelný ihlan, ktorého podstavou bol štvorec so stranou 230 m a ktorého výška bola rovná polomeru kruhu s rovnakým obvodom ako podstavný štvorec. Mária označila vrcholy štvorca $ABCD$. Jozef vyznačil na priamke spájajúcej bod B s vrcholom ihlana taký bod E , že dĺžka lomenej čiary AEC bola najkratšia možná. Určte dĺžku lomenej čiary AEC zaokrúhlenú na celé centimetre. (Marie Krejčová, František Steinhauser)