

2020/2021

70. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 16. 11. 2020,
druhá trojica úloh v pondelok 14. 12. 2020.)

1. Slávka si napísala farebnými fixkami štyri rôzne prirodzené čísla: červené, modré, zelené a žlté. Keď červené číslo vydeli modrým, dostane ako neúplný podiel zelené číslo a žlté predstavuje zvyšok po tomto delení. Keď vydeli modré číslo zeleným, vyjde jej delenie bezo zvyšku a podielom je číslo žlté. Slávka prezradila, že dve z jej štyroch čísel sú 97 a 101. Určte ostatné Slávkine čísla a priradte jednotlivým číslam farby. Nájdite všetky možnosti. (Michaela Petrová)

2. Nájdite všetky dvojice nezáporných celých čísel x a jednociferných prirodzených čísel y , pre ktoré platí

$$\frac{x}{y} + 1 = x, \bar{y}.$$

Zápis na pravej strane rovnosti označuje periodické číslo. (Karel Pazourek)

3. V rovnostrannom trojuholníku ABC je bod T jeho ťažiskom, bod R je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky AB a bod N je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky BC . Určte pomer obsahov trojuholníkov ABC a TRN .

(Eva Semerádová)

4. Na stene bolo napísané dvakrát to isté päťciferné číslo. Pat pred jeden zápis čísla pripísal jednotku, Mat pripísal jednotku za ten druhý zápis čísla. Tým dostali dve šesťciferné čísla, z ktorých jedno bolo trikrát väčšie ako druhé. Ktoré päťciferné číslo bolo pôvodne napísané na stene? (Libuše Hozová)

5. Na ihrisku sú nakreslené tri rovnako veľké kruhy. Rozostavte 16 kolkov tak, aby v každom kruhu stálo 9 kolkov. Nájdite aspoň osem podstatne odlišných rozostavení, t. j. takých rozostavení, pri ktorých sa nerozlišujú kolky ani kruhy. (Libuše Hozová)

6. Jozef a Mária objavili na dovolenke pravidelný ihlan, ktorého podstavou bol štvorec so stranou 230 m a ktorého výška bola rovná polomeru kruhu s rovnakým obvodom ako má podstavný štvorec. Mária označila vrcholy štvorca $ABCD$. Jozef vyznačil na priamke spájajúcej bod B s vrcholom ihlana taký bod E , že dĺžka lomenej čiary AEC bola najkratšia možná. Určte dĺžku lomenej čiary AEC zaokrúhlenú na celé centimetre.

(Marie Krejčová, František Steinhauser)