

2020/2021
70. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 26. januára 2021.)

1. Pre reálne čísla x, y, z platí

$$\begin{aligned}|x + y| &= 1 - z, \\ |y + z| &= 1 - x, \\ |z + x| &= 1 - y.\end{aligned}$$

Zistite, aké všetky hodnoty môže nadobúdať súčet $x + y + z$. Pre každý vyhovujúci súčet uveďte príklad prislúchajúcich čísel x, y, z . (Mária Dományová, Patrik Bak)

2. Uvažujme trojuholník ABC , v ktorom je $|\angle BAC| < 60^\circ$. Obraz bodu B v osovej súmernosti podľa priamky AC označme D , obraz C podľa AB označme E a obraz B podľa AD označme F . Dokážte, že $|CF| = |DE|$. (Patrik Bak)

3. Dokážte, že ak pre nejaké kladné celé čísla a, b, c je $3^a \cdot 7^b - 10^c$ kladné dvojciferné číslo, tak je to prvočíslo. (Josef Tkadlec)