

2020/2021
70. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 26. januára 2021.)

1. Určte všetky dvojice (m, n) prirodzených čísel, pre ktoré platí

$$2m + 2s(n) = n \cdot s(m) = 70,$$

pričom $s(a)$ označuje ciferný súčet prirodzeného čísla a . (Jaroslav Švrček)

2. Daný je rovnobežník $ABCD$, v ktorom K, L sú postupne stredy strán BC, AD . Nech päta M kolmice z bodu D na priamku AB leží vnútri strany AB daného rovnobežníka a nech N je stred úsečky MB . Dokážte, že $|NK| = |NL|$. (Vojtěch Zlámal)

3. Nech a, b, c sú kladné reálne čísla, pre ktoré platí $ab + bc + ca = 1$. Určte, aké hodnoty nadobúda výraz

$$\frac{a(b^2 + 1)}{a + b} + \frac{b(c^2 + 1)}{b + c} + \frac{c(a^2 + 1)}{c + a}.$$

(Josef Tkadlec, Patrik Bak)