

SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA PRE ŽIAKOV ZÁKLADNÝCH ŠKÔL A NIŽŠÍCH ROČNÍKOV VIACROČNÝCH GYMNÁZIÍ

Kategórie Z4, Z5, Z6, Z7, Z8, Z9

60. ročník, školský rok 2010/2011

Domáce kolo



Milí žiaci,

máte radi zaujímavé matematické úlohy a chceli by ste súťažiť v ich riešení? Ak áno, zúčastnite sa Matematickej olympiády (MO). Súťaž je dobrovoľná a nesúvisí s klasifikáciou z matematiky. Matematická olympiáda má niekoľko kategórií. V tomto letáku nájdete úlohy, ktoré sú určené žiakom základných škôl (ZŠ), prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií (OG) a príslušných ročníkov gymnázií s iným počtom rokov štúdia.

Kategória **Z4** je určená pre žiakov 4. ročníka ZŠ.

Kategória **Z5** je určená pre žiakov 5. ročníka ZŠ.

Kategória **Z6** je určená pre žiakov 6. ročníka ZŠ a I. ročníka OG.

Kategória **Z7** je určená pre žiakov 7. ročníka ZŠ a II. a III. ročníka OG.

Kategória **Z8** je určená len pre žiakov 8. ročníka ZŠ.

Kategória **Z9** je určená pre žiakov 9. ročníka ZŠ a IV. ročníka OG. Túto kategóriu môžu riešiť aj žiaci prvého („prípravného“) ročníka bilingválnych gymnázií s päťročným štúdiom.

So súhlasom svojho učiteľa matematiky môžete súťažiť aj v niektorej kategórii určenej pre vyšší ročník (aj v kategórii Z8), alebo v kategóriách A, B, C, ktoré sú určené pre žiakov stredných škôl (úlohy sú zverejnené v letáku MO pre stredné školy).

Priebeh súťaže:

Kategória Z4 pozostáva z domáceho a školského kola, kategórie Z5, Z6, Z7, Z8 z domáceho a obvodného kola, kategória Z9 z domáceho, obvodného a krajského kola.

V rámci domáceho kola riešite 6 úloh, ktoré sú v tomto letáku. **Riešenia úloh odovzdajte svojim učiteľom matematiky najneskôr v týchto termínoch:**

kategória	jedna trojica úloh	druhá trojica úloh
Z4, Z5, Z9	15. november 2010	13. december 2010
Z6, Z7, Z8	13. december 2010	28. február 2011

Vaši učítelia vám riešenia opravujú a ohodnotia podľa stupnice: 1 – *výborne*, 2 – *dobre*, 3 – *nevyhovuje*.

Úspešným riešiteľom domáceho kola sa stáva žiak, ktorý bude mať ohodnotenú aspoň štyri úlohy stupňom aspoň *dobre*. Práce všetkých úspešných riešiteľov kategórií Z5 – Z9 zašle vaša škola obvodnej komisii MO. Tá z nich vyberie najlepších riešiteľov a pozve ich do obvodného kola. V rámci neho riešite úlohy podobného rázu ako v domácom kole, avšak klauzúrne, to znamená, že nemôžete využívať cudziu pomoc a na riešenie máte k dispozícii obmedzený čas (2 hodiny v kategóriách Z5, Z6, Z7, Z8, 4 hodiny v kategórii Z9).

V kategórii Z4 sa úspešní riešitelia domáceho kola zúčastnia školského klauzúrneho kola. Najlepší riešitelia obvodného kola kategórie Z9 budú pozvaní do krajského kola.

Termíny 60. ročníka Matematickej olympiády:

kategória	školské kolo	obvodné kolo	krajské kolo
Z4	20. január 2011	—	—
Z5	—	26. január 2011	—
Z6, Z7, Z8	—	6. apríl 2011	—
Z9	—	26. január 2011	23. marec 2011

Pokyny a rady súťažiacim:

Riešenie súťažných úloh vypracujte čitateľne na listy formátu A4. Každú úlohu začnite na novom liste a uveďte vľavo hore záhlavie podľa vzoru:

Jozef Plachý, 7.C
ZŠ Hodžova ul. 5, 949 01 Nitra
Úloha Z7-I-2

Posledný údaj je označenie úlohy podľa tohto letáka. Riešenie píšete tak, aby bolo možné sledovať váš myšlienkový postup, podrobne vysvetlite, ako ste uvažovali. Uvedomte si, že sa hodnotí nielen výsledok, ku ktorému ste došli, ale hlavne správnosť úvah, ktoré k nemu viedli. Práce, ktoré nebudú spĺňať tieto podmienky, alebo budú odovzdané po termíne, nebudú do súťaže prijaté.

Veľa radosti z úspešného riešenia úloh MO prajú

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
SK MO, vedúca sekcie Z

Mgr. Peter Novotný, PhD.
predseda Slovenskej komisie MO

Archív zadaní a riešení úloh MO nájdete na internetových stránkach:

<http://www.olympiady.sk>

<http://skmo.sk>

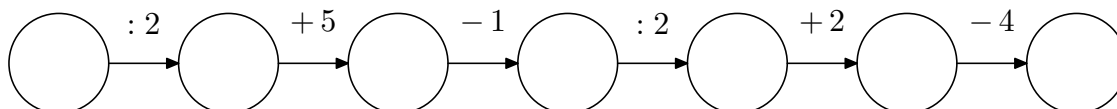
<http://matematika.okamzite.eu>

<http://fpedas.uniza.sk/~novotny/MO.htm>

KATEGÓRIA Z4

Z4 – I – 1

Doplň do prázdnych políčok čísla od 1 do 7 každé raz tak, aby matematické operácie boli vypočítané správne. (M. Smitková)



Z4 – I – 2

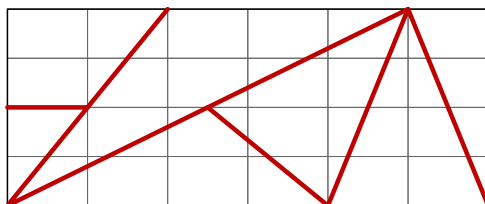
Miško a Jarka sú súrodenci. Jarka má narodeniny niekedy v januári. O Miškovi vieme, že v roku 2010 bola od Jarkiných narodenín po Miškove narodeniny presne jedna sobota trinásteho. Zisti, v ktorom mesiaci sa narodil Miško. Nájdi všetky možnosti. (M. Dillingerová)

Z4 – I – 3

Koľko trojciferných čísiel má prvú číslicu trikrát väčšiu ako druhú a tretiu číslicu o 4 menšiu ako prvú? Vypíš všetky také čísla. (M. Smitková, M. Dillingerová)

Z4 – I – 4

Jožkovi sa podarilo rozlámať čokoládu na takéto kúsky:



Dala by sa táto čokoláda bez ďalšieho lámania spravodlivo rozdeliť dvom kamarátom? Ako?
 Dala by sa táto čokoláda spravodlivo rozdeliť bez ďalšieho lámania trom kamarátom? Ako?
 Ak sa to dá, nájdi vždy aspoň jeden spôsob. (M. Dillingerová)

Z4 – I – 5

Na stôl do kuchyne položila mamička vylúskaný hrach v miske. Danka a Janka pochúťku objavili a začali hrášky z misky vyjedať. Dohodli sa, že Danka si bude z misky brať vždy 2 guľôčky hrachu. Janka si bude pravidelne brať 2, 4, 1 a 1 guľôčku hrachu a potom začne opäť od začiatku. Najskôr si vzala z misky Danka 2 hrášky, potom Janka 2, opäť Danka 2, Janka svoje 4, atď. Zrazu prišla do kuchyne ich mamička a prekvapene zhíkla: „Veď v miske už zostala iba polovica hrachu!“ Dievčatá začali byť zvedavé a spočítali, že tam ostalo 45 guľôčok hrachu. Ak sa mamička nemýlila a zvyšných 45 guľôčok bola naozaj polovica z toho, čo bolo v miske na začiatku, zjedli potom dievčatá rovnako alebo niektorá zjedla viac? Koľko hráškov zjedla Danka? A koľko ich zjedla Janka? (M. Dillingerová)

Z4 – I – 6

V našej bytovke je 10 bytov. Niektoré majú 4, niektoré 3 a niektoré 2 okná. Na našej bytovke je celkom 27 okien. Bytov s dvoma dvoma oknami je v bytovke najviac. Koľko je ktorých bytov? (M. Dillingerová)

KATEGÓRIA Z5

Z5 – I – 1

Vlado má napísané dve čísla, 541 a 293. Zo šiestich použitých cifier má najskôr vyškrtnúť dve tak, aby súčet dvoch takto získaných čísel bol najväčší možný. Potom má z pôvodných šiestich cifier vyškrtnúť dve tak, aby rozdiel dvoch takto získaných čísel bol najmenší možný (odčíta menšie číslo od väčšieho). Ktoré cifry má v jednotlivých prípadoch vyškrtnúť? (M. Petrová)

Z5 – I – 2

V Trpasličom kráľovstve merajú vzdialenosti v rozprávkových míľach (rm), v rozprávkových siahach (rs) a v rozprávkových lakťoch (rl). Na vstupnej bráne do Trpasličieho kráľovstva je nasledujúca tabuľka na prevody medzi ich jednotkami a našimi:

- 1 rm = 385 cm,
- 1 rs = 105 cm,
- 1 rl = 250 mm.

Kráľ Trpaslík I. nechal premerať vzdialenosť od zámockej brány k rozprávkovému jazierku. Traja pozvaní zememerači dospeli k týmto výsledkom: prvý namerlal 4rm 4rs 18rl, druhý 3rm 2rs 43rl a tretí 6rm 1rs 1rl. Jeden z nich sa však pomýlil. Aká je vzdialenosť v centimetroch od zámockej brány k rozprávkovému jazierku? O koľko centimetrov sa pomýlil nepresný zememerač? (M. Petrová)

Z5 – I – 3

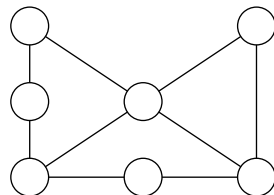
Štyria kamaráti Adam, Mojmír a dvojčatá Peter a Pavol získali na hodinách matematiky celkom 52 smajlíkov, každý aspoň 1. Pritom dvojčatá dokopy majú 33, ale najúspešnejší bol Mojmír. Koľko ich získal Adam? (M. Volfová)

Z5 – I – 4

Pán Tik a pán Tak predávali budíky v predajniach „Pred Rohom“ a „Za Rohom“. Pán Tik tvrdil, že „Pred Rohom“ predali o 30 budíkov viac ako „Za Rohom“, zatiaľ čo pán Tak tvrdil, že „Pred Rohom“ predali trikrát viac budíkov ako „Za Rohom“. Nakoniec sa ukázalo, že Tik aj Tak mali pravdu. Koľko budíkov predali v oboch predajniach celkom? (L. Hozová)

Z5 – I – 5

Do krúžkov na obrázku doplňte čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7 tak, aby súčet čísel na každej vyznačenej línii bol rovnaký. Žiadne číslo pritom nesmie byť použité viackrát. (M. Smitková)



Z5 – I – 6

Pani Šikovná čakala večer hostí. Najskôr pre nich pripravila 25 chlebíčkov. Potom spočítala, že by si každý hosť mohol zobrať dva, ale po troch by už na všetkých nevyšlo. Povedala si, že keby vyrobila ešte 10 chlebíčkov, mohol by si každý hosť vziať tri, ale štyri nie každý. To sa jej zdalo stále málo. Nakoniec prichystala dokopy 52 chlebíčkov. Každý hosť by si teda mohol vziať štyri chlebíčky, ale po päť by už na všetkých nevyšlo. Koľko hostí pani Šikovná čakala? Ona sama drží diétu a večer nikdy nejde. (L. Šimůnek)



MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

60. ročník Školský rok 2010 / 2011 Domáce kolo

KATEGÓRIA Z6

Z6 – I – 1

Keď Bernard natieral dvere garáže, pretrel omylom aj stupnicu nástenného vonkajšieho teplomera. Trubička s ortuťou však zostala nepoškodená, a tak Bernard pôvodnú stupnicu prelepil pásikom vlastnej výroby. Na nej starostlivo narysoval dieliky, všetky boli rovnako veľké a označené číslami. Jeho dielik mal však inú veľkosť ako pôvodný dielik, ktorý predstavoval jeden stupeň Celzia, a aj nulu Bernard umiestnil inde, ako bolo 0°C . Takto začal Bernard merať teplotu vo vlastných jednotkách: bernardoch. Keď by mal teplomer ukazovať teplotu 18°C , ukazoval 23 bernardov. Keď by mal ukazovať 9°C , ukazoval 8 bernardov. Aká je teplota v $^{\circ}\text{C}$, ak vidí Bernard na svojom teplomere teplotu 13 bernardov? (L. Šimůnek)

Z6 – I – 2

Firma vyrábajúca mikrovlnné rúry predávala na trhu vždy po krátkej prezentácii svoje modely. Vo štvrtok predala osem rovnakých mikrovlniek. Deň nato už ponúkala aj svoj nový model a ľudia si tak mohli kúpiť ten istý ako vo štvrtok alebo nový. V sobotu chceli všetci záujemcovia nový model a firma ich predala v ten deň šesť. V jednotlivých dňoch utrhla 590 €, 720 € a 840 €, neprezradíme však, ktorá suma patrí ku ktorému dňu.

- Koľko stál starší model mikrovlnky?
- Koľko nových modelov predala firma v piatok?

Poznámka. Cena každej mikrovlnky bola v celých eurách.

(L. Šimůnek)

Z6 – I – 3

Vojto napísal číslo 2010 stokrát bez medzier za sebou. Koľko štvorciferných a koľko päťciferných súmerných čísel bolo skrytých v tomto zápise? (Súmerné číslo je také číslo, ktoré je rovnaké, či ho čítame spredu alebo zozadu, napr. 39193.) (L. Hozová)

Z6 – I – 4

Súčin vekov deda Vendelína a jeho vnúčat je 2010. Súčet vekov všetkých vnúčat je 12 a žiadne dve vnúčatá nemajú rovnako veľa rokov. Koľko vnúčat má dedo Vendelín? (L. Hozová)

Z6 – I – 5

Na tábore sa dvaja vedúci s dvoma táborníkmi a psom potrebovali dostať cez rieku a k dispozícii mali iba jednu loďku s nosnosťou 65 kg. Našťastie všetci (okrem psa) dokázali loďku cez rieku priviezť. Každý vedúci vážil približne 60 kg, každý táborník 30 kg a pes 12 kg. Ako si mali počínať? Koľkokrát najmenej musela loďka prekonať rieku? (M. Volfová)

Z6 – I – 6

Karol obstaval krabicu s obdĺžnikovým dnom obrubou z kocôčok. Použil práve 22 kocôčok s hranou 1 dm, ktoré staval tesne vedľa seba v jednej vrstve. Medzi obrubou a stenami krabice nebola medzera a celá táto stavba mala obdĺžnikový pôdorys. Aké rozmery mohlo mať dno krabice? (M. Krejčová)

KATEGÓRIA Z7

Z7 – I – 1

Súčin cifier ľubovoľného viacciferného čísla je vždy menší ako toto číslo. Ak počítame súčin cifier daného čísla, potom súčin cifier tohto súčinu, potom znova súčin cifier nového súčinu atď., nutne po nejakom počte krokov dospejeme k jednocifernému číslu. Tento počet krokov nazývame *perzistencia* čísla. Napr. číslo 723 má perzistenciu 2, lebo $7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$ (1. krok) a $4 \cdot 2 = 8$ (2. krok).

- Nájdite najväčšie nepárne číslo, ktoré má navzájom rôzne cifry a perzistenciu 1.
- Nájdite najväčšie párne číslo, ktoré má navzájom rôzne nenulové cifry a perzistenciu 1.
- Nájdite najmenšie prirodzené číslo, ktoré má perzistenciu 3. (S. Bednářová)

Z7 – I – 2

Ondro na výlete utratil $\frac{2}{3}$ peňazí a zo zvyšku dal ešte $\frac{2}{3}$ na školu pre deti z Tibetu. Za $\frac{2}{3}$ nového zvyšku kúpil malý darček pre mamičku. Z deravého vrečka stratil $\frac{4}{5}$ zvyšných peňazí, a keď zo zvyšných dal polovicu malej sestričke, ostalo mu práve jedno euro. S akou sumou išiel Ondro na výlet? (M. Volfová)

Z7 – I – 3

Silvia prehlásila:

„Sme tri sestry, ja som najmladšia, Lívia je staršia o tri roky a Edita o osem. Naša mamka rada počuje, že všetky (aj s ňou) máme v priemere 21 rokov. Pritom keď som sa narodila, mala mamka už 29.“

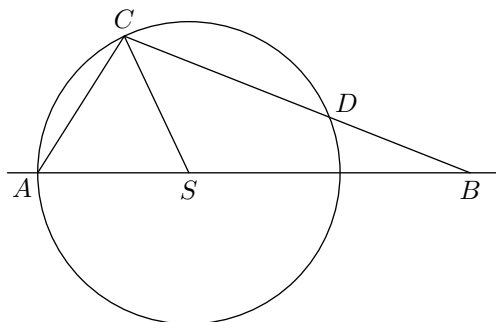
Pred koľkými rokmi sa Silvia narodila? (M. Volfová)

Z7 – I – 4

Juro mal napísané štvorciferné číslo. Toto číslo zaokrúhlil na desiatky, na stovky a na tisícky a všetky tri výsledky zapísal pod pôvodné číslo. Všetky štyri čísla správne sčítal a dostal 5 443. Ktoré číslo mal Juro napísané? (M. Petrová)

Z7 – I – 5

Laco narysoval kružnicu so stredom S a body A, B, C, D , ako ukazuje obrázok. Zistil, že úsečky SC a BD sú rovnako dlhé. V akom pomere sú veľkosti uhlov ASC a SCD ? (L. Hozová)



Z7 – I – 6

Nájdite všetky trojciferné prirodzené čísla, ktoré sú bezo zvyšku deliteľné číslom 6 a v ktorých môžeme vyškrtnúť ktorúkoľvek cifru a vždy dostaneme dvojciferné prirodzené číslo, ktoré je tiež bezo zvyšku deliteľné číslom 6. (L. Šimůnek)

KATEGÓRIA Z8

Z8 – I – 1

Martin má na papieri napísané päťciferné číslo s piatimi rôznymi ciframi a nasledujúcimi vlastnosťami:

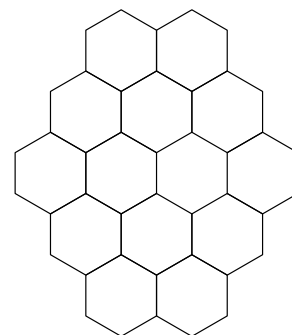
- škrtnutím druhej cifry zľava (t. j. cifry na mieste tisícok) dostane číslo, ktoré je deliteľné dvoma,
- škrtnutím tretej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné tromi,
- škrtnutím štvrtej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné štyrmi,
- škrtnutím piatej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné piatimi,
- ak neškrtnie žiadnu cifru, má číslo deliteľné šiestimi.

Ktoré najväčšie číslo môže mať Martin napísané na papieri?

(M. Petrová)

Z8 – I – 2

Karol sa snažil do prázdnych políčok na obrázku vpísať prirodzené čísla od 1 do 14 tak, aby žiadne číslo nebolo použité viackrát a súčet všetkých čísel na každej priamej línii bol rovnaký. Po chvíli si uvedomil, že to nie je možné. Ako by ste Karolovo pozorovanie zdôvodnili vy? (Pod priamou líniou rozumieme skupinu všetkých susediacich políčok, ktorých stredy ležia na jednej priamke.)



(S. Bednářová)

Z8 – I – 3

Cena encyklopédie „Hádanky, rébusy a hlavolamy“ bola znížená o 62,5 %.

Matej zistil, že obe ceny (pred znížením aj po ňom) sú dvojčiferné čísla a dajú sa vyjadriť rovnakými ciframi, len v rôznom poradí. O koľko € bola encyklopédia zlacnená? (M. Volfová)

Z8 – I – 4

Rozdeľte kocku s hranou 8 cm na menšie zhodné kocôčky tak, aby súčet ich povrchov bol päťkrát väčší ako povrch pôvodnej kocky. Aký bude objem malej kocôčky a koľko centimetrov bude merať jej hrana? (M. Volfová)

Z8 – I – 5

Klára, Lenka a Matej si precvičovali písomné delenie so zvyškom. Ako delenca mal každý zadané iné prirodzené číslo, ako deliteľa však mali všetci rovnaké prirodzené číslo. Lenkin delenec bol o 30 väčší ako Klárin. Matejov delenec bol o 50 väčší ako Lenkin. Kláre vyšiel vo výsledku zvyšok 8, Lenke zvyšok 2 a Matejovi zvyšok 4. Všetci počítali bez chyby. Aký deliteľ mali žiaci zadaný? (L. Šimůnek)

Z8 – I – 6

V rovnoramennom lichobežníku $ABCD$ sú uhlopriečky AC a DB na seba kolmé, ich dĺžka je 8 cm a dĺžka najdlhšej strany AB je tiež 8 cm. Vypočítajte obsah tohto lichobežníka.

(M. Krejčová)

KATEGÓRIA Z9

Z9 – I – 1

Pán Vlk čakal na zastávke pred školou na autobus. Z okna počul slová učiteľa:

„Aký povrch môže mať pravidelný štvorboký hranol, ak viete, že dĺžky všetkých jeho hrán sú v centimetroch vyjadrené celými číslami a že jeho objem je ...“

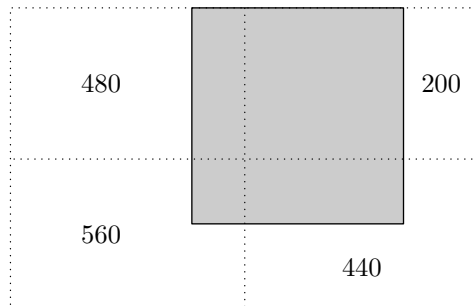
Toto dôležité číslo pán Vlk nepočul, pretože práve prešlo okolo auto. Za chvíľu počul žiaka oznamujúceho výsledok 918 cm^3 . Učiteľ na to povedal:

„Áno, ale úloha má celkom štyri riešenia. Hľadajte ďalej.“

Viac sa pán Vlk už nedozvedel, lebo nastúpil do svojho autobusu. Keďže matematika bola vždy jeho hobby, vybral si v autobuse ceruzku a papier a po čase určil aj zvyšné tri riešenia učiteľovej úlohy. Spočítajte ich aj vy. (L. Šimůnek)

Z9 – I – 2

Na obrázku sú bodkovanou čiarou znázornené hranice štyroch rovnako veľkých obdĺžnikových parciel. Sivou farbou je vyznačená zastavaná plocha. Tá má tvar obdĺžnika, ktorého jedna strana tvorí zároveň hranice parciel. Zapísané čísla vyjadrujú obsah nezastavanej plochy na jednotlivých parcelách, a to v m^2 . Vypočítajte obsah celkovej zastavanej plochy. (L. Šimůnek)



Z9 – I – 3

Víčkovci lisovali jablkový mušt. Mali ho v dvoch rovnako objemných súdkoch, v oboch takmer rovnaké množstvo. Keby z prvého preliali do druhého 1 liter, mali by v oboch rovnako, ale to by ani jeden súdok nebol plný. Tak radšej preliali 9 litrov z druhého do prvého. Potom bol prvý súdok úplne plný a mušt v druhom zaplnil práve tretinu objemu. Koľko litrov muštu vylisovali, aký bol objem súdkov a koľko muštu v nich bolo pôvodne? (M. Volfová)

Z9 – I – 4

Pán Rýchly a pán Ľarbák v rovnakom čase vyštartovali na tú istú turistickú trasu, len pán Rýchly ju išiel zhora z horskej chaty a pán Ľarbák naopak od autobusu dolu v mestečku na chatu smerom nahor. Keď bolo 10 hodín, stretli sa na trase. Pán Rýchly sa ponáhľal a už o 12:00 bol v cieľi. Naopak pán Ľarbák postupoval pomaly, a tak dorazil na chatu až o 18:00. O koľkej páni vyrazili na cestu, ak vieme, že každý z nich išiel celý čas svojou stálou rýchlosťou? (M. Volfová)

Z9 – I – 5

Kružnici so stredom S a polomerom 12 cm sme opísali pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ a vpísali pravidelný šesťuholník $TUVXYZ$ tak, aby bod T bol stredom strany BC . Vypočítajte obsah a obvod štvoruholníka $TCUS$.
(*M. Krejčová*)

Z9 – I – 6

Peter a Pavol oberali v sade jablká a hrušky. V pondelok zjedol Peter o 2 hrušky viac ako Pavol a o 2 jablká menej ako Pavol. V utorok Peter zjedol o 4 hrušky menej ako v pondelok. Pavol zjedol v utorok o 3 hrušky viac ako Peter a o 3 jablká menej ako Peter. Pavol zjedol za oba dni 12 jabĺk a v utorok zjedol rovnaký počet jabĺk ako hrušiek. V utorok večer obaja chlapci zistili, že počet jabĺk, ktoré spolu za oba dni zjedli, je rovnako veľký ako počet spoločne zjedených hrušiek. Koľko jabĺk zjedol Peter v pondelok a koľko hrušiek zjedol Pavol v utorok?

(*L. Hozová*)

Na ukážku uvádzame *uzorové riešenie* jednej úlohy zo staršej olympiády:

Úloha Z8-II-1.

Daný je obdĺžnik s celočíselnými dĺžkami strán. Ak zväčšíme jednu jeho stranu o 4 a druhú zmenšíme o 5, dostaneme obdĺžnik s dvojnásobným obsahom. Určte strany daného obdĺžnika. Nájdite všetky možnosti.

Riešenie. Dĺžky strán obdĺžnika označíme a , b . Nový obdĺžnik má dĺžky strán $a + 4$, $b - 5$. Podľa podmienky úlohy pre obsahy oboch obdĺžnikov platí

$$2ab = (a + 4)(b - 5).$$

Postupne upravíme

$$\begin{aligned} ab - 4b + 5a &= -20, \\ ab - 4b + 5a - 20 &= -40. \end{aligned}$$

Odčítali sme 20, aby sme mohli ľavú stranu upraviť na súčin

$$(a - 4)(b + 5) = -40.$$

Riešenie nájdeme rozkladom čísla -40 na dva činitele. Pritom musí byť $a > 0$, $b > 0$, a teda $a - 4 > -4$, $b + 5 > 5$.

Sú dve také možnosti: $(-2) \cdot 20 = -40$ a $(-1) \cdot 40 = -40$.

V prvom prípade dostaneme obdĺžnik so stranami $a = 2$, $b = 15$ s obsahom $S = 30$. Nový obdĺžnik má potom strany $a' = 6$, $b' = 10$ a obsah $S' = 60$, t. j. $S' = 2S$.

V druhom prípade dostaneme obdĺžnik so stranami $a = 3$, $b = 35$ s obsahom $S = 105$. Nový obdĺžnik má potom strany $a' = 7$, $b' = 30$ a obsah $S' = 210 = 2S$.

Úloha má teda dve riešenia. Daný obdĺžnik môže mať strany buď 2 a 15 alebo 3 a 35.

Na záver jedna rada:

Úlohy nie sú ľahké. Nenechajte sa odradiť, keď neobjavíte hneď riešenie. Experimentujte, kreslite si, „hrajte sa“ s úlohou. Niekedy pomôže pozrieť sa do nejakej knižky, kde nájdete podobné úlohy vyriešené, inokedy sa môže stať, že zrazu o tri dni „z ničoho nič“ na riešenie prídete.

Súťaž vyhlasuje Ministerstvo školstva SR spolu s Jednotou slovenských matematikov a fyzikov. Súťaž riadi Slovenská komisia MO, v jednotlivých obvodoch obvodné komisie MO. Na jednotlivých školách súťaž zaisťujú učitelia matematiky.

Vy sa vždy obracajte na svojho učiteľa matematiky.

SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

60. ROČNÍK MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Leták kategórií Z4, Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – domáce kolo

Autori úloh: PaedDr. Svetlana Bednářová, PhD., RNDr. Monika Dillingerová, PhD.,
doc. RNDr. Libuše Hozová, CSc., Mgr. Marie Krejčová, Mgr. Michaela Petrová, CSc.,
Mgr. Miroslava Smitková, PhD., Libor Šimůnek, doc. RNDr. Marta Volfová, PhD.

Vydala IUVENTA s finančnou podporou Ministerstva školstva SR

Miesto a dátum vydania: Bratislava, september 2010

Sadzbu programom T_EX pripravil Mgr. Peter Novotný, PhD.

© Slovenská komisia Matematickej olympiády 2010