

70. ročník Matematickej olympiády
2020/2021

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

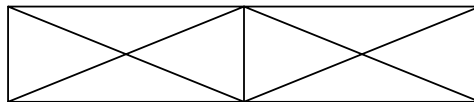
Informácia pre okresnú komisiu MO:

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

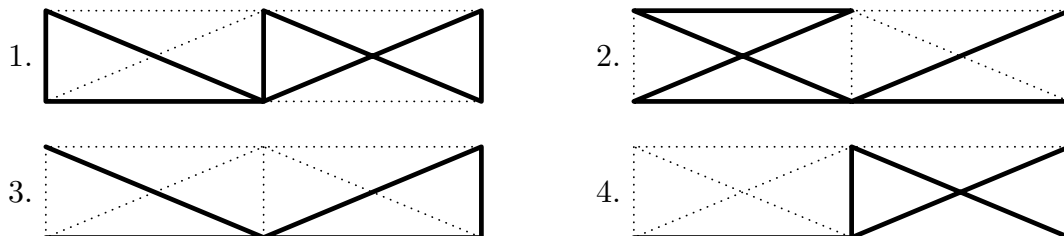
Prosíme o zaslanie výsledkových listín okresných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: skmo.sk. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke skmo.sk/dokument.php?id=429 nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skráteno len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

1. Cesty v našom parku vedú po stranách a uhlopriečkach dvoch rovnakých obdĺžnikov:



Počas víkendu sme sa parkom prešli štyrmi spôsobmi. V každom prípade sme každou vyznačenou cestou prešli práve raz:



V prvom prípade sme prešli o 500 metrov menej ako v druhom prípade. O koľko metrov viac sme prešli v treťom prípade ako vo štvrtom? (Eva Semerádová)

Riešenie. Kvôli prehľadnosti najskôr vyjadríme, koľko ktorých úsekov sme v jednotlivých prípadoch prešli:

prechádzka	dlhšia strana	kratšia strana	uhlopriečka
1.	1	3	3
2.	3	1	3
3.	2	1	2
4.	1	2	2

Zaujímá nás rozdiel dĺžok prechádzok. Rovnako dlhé úseky, ktoré sú v oboch prechádzkach, preto môžeme vynechať. Prvá a druhá prechádzka majú spoločné 3 uhlopriečky, 1 dlhšiu a 1 kratšiu stranu. Líšia sa len v tom, že v prvej prechádzke je ešte navyše dvakrát kratšia strana a v druhej je navyše dvakrát dlhšia strana. Dĺžka 500 metrov je teda rozdiel medzi dlhšou a kratšou stranou krát dva. Rozdiel medzi kratšou a dlhšou stranou je teda 250 metrov.

Tretia a štvrtá prechádzka sa líšia len tým, že v tretej je navyše jedna dlhšia strana a v štvrtej je navyše jedna kratšia strana. Tento rozdiel už poznáme z predchádzajúceho odseku. Tretia prechádzka je o 250 metrov dlhšia než štvrtá.

Návrh hodnotenia. 2 body za pozorovanie, že rozdiel dĺžok sa nezmení, ak v porovnávaných dĺžkach vynecháme rovnako dlhé úseky; 2 body za popis rozdielov dĺžok prvej a druhej dvojice trás; 2 body za dopočítanie a odpoveď.

2. *Skrinka má tri šuplíky umiestnené nad sebou. V nich sú tri predmety: guľôčka, mušľa a minca. Každý šuplík obsahuje jeden predmet. Vieme, že:*

- *zelený šuplík je vyššie ako modrý šuplík,*
- *minca je vyššie ako guľôčka,*
- *červený šuplík je nižšie ako mušľa,*
- *guľôčka je nižšie ako červený šuplík.*

V ktorom šuplíku je minca?

(Libuše Hozová)

Riešenie. Z tretej a štvrtej informácie vyplýva, že červený šuplík je uprostred.

Z predošlého a prvej informácie vyplýva, že zelený šuplík je hore a modrý dole.

Z tretej informácie ďalej vyplýva, že mušľa je v hornom zelenom šuplíku.

Zo štvrtej informácie ďalej vyplýva, že guľôčka je v dolnom modrom šuplíku.

Pre mincu tak ostáva prostredný červený šuplík, čo je v súlade s druhou informáciou.

Teda poradie šuplíkov a v nich obsiahnutých predmetov vyzerá nasledovne:

zelený	mušľa
červený	minca
modrý	guľôčka

Minca je v prostrednom červenom šuplíku.

Návrh hodnotenia. 5 bodov za správne určenie šuplíka s mincou; stačí aj jedna z odpovedí „Minca je v červenom šuplíku“ alebo „Minca je v strednom šuplíku“, pokiaľ je v riešení zdôvodnená. 1 bod za overenie, či má úloha naozaj riešenie, teda dohľadanie farieb a obsahu všetkých šuplíkov.

3. *Ako poďakovanie za ich pomoc upiekla Maruška dvanástim mesiačikom deväťdesiat perníčkov. Keď im ich dávala, vzal si každý toľko perníčkov, aké je poradové číslo jeho mesiaca v roku. Dvaja mesiačikovia s vďakou odmietli a žiadny perníček si nevzali. Maruške tak v košíčku zvýšilo 21 perníčkov. Určte všetky možné dvojice mesiačikov, ktorí mohli odmietnuť.* *(Michaela Petrová)*

Riešenie. Keby žiaden z mesiačikov perníčky neodmietol, rozobrali by si ich celkom

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78.$$

V takom prípade by zvýšilo 12 perníčkov ($90 - 78 = 12$).

Marienke ich ale zvýšilo 21, t.j. o 9 viac ($21 - 12 = 9$). Dvaja mesiačikovia, ktorí si perníčky nevzali, ich teda mali mať dokopy 9.

Z toho dostávame nasledujúce štyri možné dvojice mesiačikov, ktorí mohli odmietnuť:

1 a 8	január a august
2 a 7	február a júl
3 a 6	marec a jún
4 a 5	apríl a máj

Návrh hodnotenia. Body možno udeliť nasledovne (jednotlivé položky sa nesčítajú):

- ▷ 1 bod za vyskúšanie aspoň jedného, aj keď nesprávneho, rozdelenia perníčkov;
- ▷ 2 body za nájdenie 1 správneho rozdelenia perníčkov;
- ▷ 3 body za nájdenie 2 správnych rozdelení perníčkov;
- ▷ 4 body za nájdenie 3 správnych rozdelení perníčkov;
- ▷ 5 bodov za nájdenie 4 správnych rozdelení perníčkov;
- ▷ 6 bodov za nájdenie 4 správnych rozdelení perníčkov a zdôvodnenie prečo žiadne iné rozdelenia nevyhovujú.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Veronika Bachratá, Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Katarína Buzáková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Martin Kollár, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, Tomáš Sásik, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Veronika Bachratá, Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Katarína Buzáková, Monika Dillingerová, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný, Erika Novotná

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021