SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

M A T E M A T I C K Á   O L Y M P I Á D A

M A T E M A T I K A I   O L I M P I A

PRE ŽIAKOV ZÁKLADNÝCH ŠKÔL
A NIŽŠÍCH ROČNÍKOV VIACROČNÝCH GYMNÁZIÍ

AZ ALAPISKOLÁK DIÁKJAI ÉS A NYOLCOSZTÁLYOS GIMNÁZIUMOK ALSÓ OSZTÁLYOS TANULÓI SZÁMÁRA

Z4, Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 kategóriák

60. évfolyam, 2010/2011-es tanév

Házi forduló

Kedves Diákok!

Kedvelitek az érdekes matematikafeladatokat és szívesen versenyeznétek ezek megoldásában? Ha így van, kapcsolódjatok be a matematikai olimpia (MO) versenybe!

A verseny önkéntes, független a matematikában elért osztályzattól. A matematikai olimpia egyes kategóriáinak feladatai közül ebben a füzetben azokat találjátok meg, amelyeket az alapiskolás tanulóknak (AI), valamint a nyolcosztályos gimnáziumok (NYG) első négy osztályát látogató diákoknak szántunk.

A **Z4** kategóriában az AI 4. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z5** kategóriában az AI 5. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z6** kategóriában az AI 6. osztályos tanulói és NYG 1. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z7** kategóriában az AI 7. osztályos tanulói és a NYG 2. és 3. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z8** kategóriában kizárólag az AI 8. osztályos tanulói vesznek részt.
A **Z9** kategóriában az AI 9. osztályos tanulói és a NYG 4. osztályos tanulói versenyeznek. Ebben a kategóriában részt vehetnek az ötéves kétnyelvű gimnáziumok első („előkészítő") évfolyamának tanulói is.

Matematikatanárotok jóváhagyásával a felsőbb osztályos tanulóknak szánt kategóriák valamelyikében (így a ***Z8*** *kategóriában is) vagy a középiskolások részére kiírt* ***A, B, C*** *kategóriák egyikében is versenyezhettek (a középiskolásoknak szánt feladatok külön füzetben jelentek meg).*

A verseny menete

A **Z4** kategóriában a verseny egy otthoni (házi) és egy iskolai fordulóból áll, a **Z5**, **Z6**, **Z7** és **Z8** kategóriákban házi és járási forduló van. A **Z9** kategóriában a házi és a járási fordulót a kerületi forduló követi.

A házi fordulóban kategóriánként 6-6 feladatot kell megoldanotok, ezeket a feladatokat tartalmazza ez a füzet. **A megoldásokat adjátok át matematikatanárotoknak a következő határidők betartásával:**

kategória	az első feladathármas	a második feladathármas
Z4, Z5, Z9	2010 november 15	2010 december 13
Z6, Z7, Z8	2010 december 13	2011 február 28

Tanáraitok ellenőrzik és az alábbi jegyekkel értékelik a feladatok megoldását:
1 – *kitűnő*, 2 – *jó*, 3 – *nem felelt meg*.

A házi fordulóban az a diák minősül sikeres megoldónak, aki legalább négy megoldására jó vagy kitűnő osztályzatot kapott. A **Z5—Z9** kategóriák esetében a házi fordulók sikeres megoldóinak feladatmegoldásait az értékeléssel együtt az iskola elküldi a matematikai olimpia járási versenybizottságának. A versenybizottság a legjobb megoldókat meghívja a járási fordulóra. A járási fordulóban a versenyzők hasonló jellegű feladatokat kapnak, mint amilyeneket az otthoni fordulóban oldottak meg, ám a zárthelyi megoldásra csak meghatározott időtartam áll rendelkezésükre (a Z5, Z6, Z7, Z8 kategóriákban **2** óra, a Z9 kategóriában **4** óra), a versenyzők külső segítséget sem vehetnek igénybe. A **Z4** kategóriában a házi forduló sikeres megoldói iskolai zárthelyi fordulón vesznek részt. A **Z9** kategória járási fordulóinak legjobb megoldóit a szervezők meghívják a kerületi fordulóra.

A Matematikai Olimpia 60. Évfolyamának időrendje:

kategória	iskolai forduló	járási forduló	kerületi forduló
Z4	2011 január 20	—	—
Z5	—	2011 január 26	—
Z6, Z7, Z8	—	2011 április 6	—
Z9	—	2011 január 26	2011 március 23

Útmutató és tanácsok

A versenyfeladatok megoldását A4-es lapokra írjátok olvashatóan! Minden feladatot új lapon kezdjetek kidolgozni, a bal felső sarokba az alábbi minta szerint írjátok a fejlécet:

```
Nagy János, 7.C
Harmat Utcai Alapiskola, 979 01 Dunaszerdahely
Z7-I-2 feladat
```

Az utolsó adat a fejlécen a feladatnak a füzetben megadott száma.

A megoldást úgy írjátok le, hogy gondolatmenetetek követhető legyen. Tudnotok kell, hogy nemcsak a feladatok megoldását értékeljük, hanem főleg következtetéseitek helyességét, azt a módot, ahogyan a megoldáshoz eljutottatok. A fenti feltételeket nem teljesítő vagy a határidőn túl leadott munkákat a versenyben nem vesszük figyelembe.

Örömteli és sikeres versenyzést kívánnak

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
SK MO, vedúca sekcie Z

Mgr. Peter Novotný, PhD.
predseda Slovenskej komisie MO

A MO feladatainak és azok megoldásainak archívuma a következő internetoldalakon található:

http://www.olympiady.sk

http://skmo.sk

http://matematika.okamzite.eu

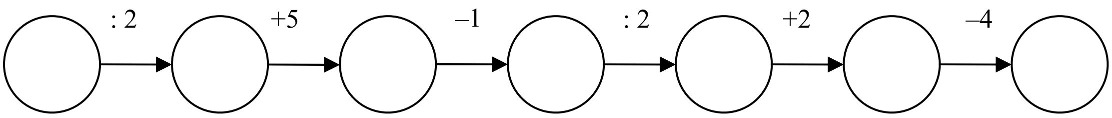
http://fpedas.uniza.sk/~novotny/MO.htm

Z4 KATEGÓRIA

Z4 – I – 1

Az üres körökbe írd be 1-től 7-ig a számokat, mindegyiket egyszer, úgy, hogy a számtani műveletek helyes eredményre vezessenek.

(M. Smitková)



Z4 – I – 2

Misi és Juli testvérek. Julinak valamikor januárban van a születésnapja. Misiről azt tudjuk, hogy 2010-ben Juli születésnapjától Misi születésnapjáig pontosan egyszer volt szombat tizenharmadika. Melyik hónapban született Misi? Találd meg az összes lehetőséget.

(M. Dillingerová)

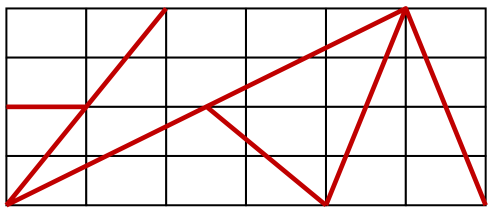
Z4 – I – 3

Hány háromjegyű számnak háromszor nagyobb az első számjegye, mint a második, és 4-gyel kisebb a harmadik számjegye, mint az első? Írd ki az összes ilyen számot.

(M. Smitková, M. Dillingerová)

Z4 – I – 4

Jóskának ilyen darabokra sikerült széttörni a csokoládét:



El lehet igazságosan osztani ezt a csokoládét további tördelés nélkül két barátnak? Hogyan? El lehet igazságosan osztani ezt a csokoládét további tördelés nélkül három barátnak? Hogyan? Ha ez lehetséges, találj mindegyik esetben legalább egy módot.

(M. Dillingerová)

Z4 – I – 5

Anyu egy tál kifejtett borsót tett a konyhaasztalra. Danka és Janka rábukkantak a csemegére és elkezdték enni. Megegyeztek, hogy Danka mindig 2 szem borsót vesz ki a tálból. Janka sorban 2, 4, 1 és 1 szem borsót vesz ki a tálból és azután újra kezdi. Először Danka kivett két szem borsót a tálból, azután Janka kettőt, újra Danka kettőt, Janka négyet, stb. Egyszer csak bejött anyu a konyhába és meglepődve mondta: „Hisz a tálban már csak a borsó fele maradt!” A lányok kíváncsiak lettek és összeszámolták, hogy 45 szem borsó maradt a tálban. Ha anyu nem tévedett és a maradék 45 szem borsó valóban a fele volt az eredeti mennyiségnek, akkor a lányok egyforma mennyiséget ettek meg, vagy valamelyikük többet evett? Hány szem borsót evett meg Danka és hány szemet evett meg Janka?

(M. Dillingerová)

Z4 – I – 6

A mi házunkban 10 lakás van. Némelyeknek 4, némelyeknek 3 és némelyeknek 2 ablaka van. A házunkon összesen 27 ablak van. Kétablakos lakásból van a legtöbb. Melyik lakásból mennyi van?

(M. Dillingerová)

Z5 KATEGÓRIA

Z5 – I – 1

Vlado leírt két számot: 541 és 293. A hat felhasznált számjegy közül kettőt úgy kell áthúznia, hogy az így megmaradt számok összege a lehető legnagyobb legyen. Ezután az eredeti hat számjegy közül kettőt úgy kell áthúznia, hogy a kapott számok különbsége a lehető legkisebb legyen (a nagyobb számból a kisebbet kivonva). Mely számjegyeket kell az egyes esetekben áthúznia?

(*M. Petrová*)

Z5 – I – 2

Törpekirályságban mesemérföldekben (rm), meseölben (mö) és meselábban (ml) mérik a távolságot . Törpekirályság kapuján található a mértékegységek átszámítására vonatkozó táblázat az ő és a mi mértékegységeink között:

- 1 rm = 385 cm,
- 1 mö = 105 cm,
- 1 ml = 250 mm.

I. Törpe Király lemérette a várkapu és a mesetó közti távolságot. A három meghívott földmérő a következő eredményre jutott: az első szerint a távolság 4 rm 4 mö 18 ml, a második szerint 3 rm 2 mö 43 ml, a harmadik szerint pedig 6 rm 1 mö 1 ml. Egyikük azonban tévedett. Mekkora a távolság a várkapu és a mesetó között centiméterekben kifejezve? Hány centimétert tévedett a pontatlan földmérő?

(*M. Petrová*)

Z5 – I – 3

Négy jó barát, Ádám, Máté, és az ikrek: Péter és Pál összesen 52 jó pontot szereztek, mindegyikük legalább egyet. Az ikreknek összesen 33 jó pontjuk van, de Máté volt a legsikeresebb. Hány jó pontot szerzett Ádám?

(*M. Volfová*)

Z5 – I – 4

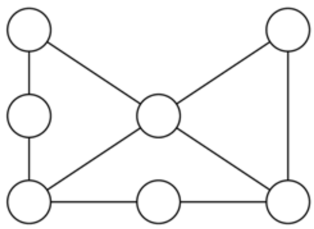
Tik és Tak úr órákat árul az „Órás a sarkon“ és az „Órás a sarkon túl“ nevű üzletekben. Tik úr azt állítja, hogy „Órás a sarkon”-ban 30 ébresztőórával többet adtak el, mint az „Órás a sarkon túl”-ban. Tak úr pedig azt állítja, hogy az „Órás a sarkon”-ban háromszor több ébresztőórát adtak el, mint az „Órás a sarkon túl”-ban. Végül belátták, hogy mindkettőjüknek igaza volt. Hány ébresztőórát adtak el a két üzletben együttvéve?

(*L. Hozová*)

Z5 – I – 5

Az ábrán lévő körökbe írjátok be az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számokat úgy, hogy mindegyik kijelölt vonalon ugyanakkora legyen a rajta levő számok összege. Egyik számot sem lehet többször felhasználni.

(*M. Smitková*)



Z5 – I – 6

Ügyesné estére vendégeket vár. Először 25 szendvicset készített. Kiszámította, hogy minden vendég elvehet kettőt, de három már nem jutna mindenkinek. Gondolta, hogy ha készít még 10 szendvicset, akkor mindenkinek jut három, de négy már nem. Ez még mindig kevésnek tűnt. Végül összesen 52 szendvicset készített. Így minden vendégnek jutott négy szendvics, de öt már nem. Hány vendéget várt Ügyesné? (Ügyesné diétát tart, este már semmit nem eszik.)

(*L. Šimůnek*)

Z6 KATEGÓRIA

Z6 – I – 1

Miközben Bernard a garázsajtót festette, tévedésből befestette a fali hőmérő skáláját. A higanycső sértetlen maradt, így Bernard az eredeti skálát átragasztotta egy saját gyártásúval. Gondosan kijelölte rajta az egyenlő beosztást és meg is számozta. Viszont az ő beosztása más lett, mint az eredeti, ahol egy beosztás egy Celzius fokot jelentett, és a nulla is máshova került, mint az eredeti $0^{o}C$. Így aztán Bernard saját egységekben, úgynevezett bernardokban mérte a hőmérsékletet. Amikor az eredeti hőmérő $18^{o}C$-t mutatott volna, 23 bernardot mutatott, $9^{o}C$ helyett pedig 8 bernardot mutatott. Milyen a hőmérséklet C^{o}-ban mérve, ha Bernard hőmérője 13 bernardot mutat?

(*L. Šimůnek*)

Z6 – I – 2

Egy mikrohullámú sütőket gyártó cég rövid prezentáció után árulni kezdte a termékeit. Csütörtökön eladtak nyolc egyforma sütőt. Másnap már egy új modellt is kínáltak, úgyhogy a vásárlók vehettek ugyanolyan modellt, mint csütörtökön, vagypedig újat. Szombaton minden érdeklődő az új modellt választotta, így a cég ezen a napon hat új modellt adott el. Az egyes napokon a cég bevétele 590 €, 720 € és 840 € volt, de nem áruljuk el, hogy melyik összeg melyik naphoz tartozik.

- Mennyibe került a mikrohullámú sütő régebbi modellje?
- Hány új modellt adott el a cég pénteken?

Megjegyzés. A mikrohullámú sütők ára euróban egész szám.

(*L. Šimůnek*)

Z6 – I – 3

Béla leírta a 2010 számot betűköz nélkül százszor egymás után. Hány négyjegyű és hány ötjegyű szimmetrikus szám található az így kapott számban? (Szimmetrikus az a szám, amely elölről és hátulról olvasva ugyanaz, pl. 39193.)

(*L. Hozová*)

Z6 – I – 4

Vendel bácsi és unokái korának szorzata 2010. Az összes unoka korának összege 12 és semelyik két unoka nem egyidős. Hány unokája van Vendel bácsinak?

(*L. Hozová*)

Z6 – I – 5

A táborban két csapatvezető két táborozóval és egy kutyával át akartak jutni a folyón. Csak egy 65 kg teherbíró képességű csónak állt a rendelkezésükre. Szerencsére mindegyikük (a kutyát kivéve) képes volt egyedül is átevezni a csónakkal. Mindegyik csapatvezető megközelítőleg 60 kg-os volt, mindkét táborozó megközelítőleg 30 kg-os és a kutya 12kg-os. Hogyan tudtak átjutni a folyón? Legalább hányszor kellett a csónakkal átevezni a folyón?

(*M. Volfová*)

Z6 – I – 6

Károly körberakta a téglalap alapú dobozt kockákból álló szegéllyel. Pontosan 22 egyenként 1dm élhosszúságú kockát használt fel, amelyeket egy rétegben szorosan egymás mellé rakott. A szegély és a doboz oldallapjai között nem volt hézag és az egész építmény szintén téglalap alapú lett. Milyen méretű lehetett a doboz alaplapja?

(*M. Krejčová*)

Z7 KATEGÓRIA

Z7 – I – 1

Egy tetszőleges több számjegyű szám számjegyeinek szorzata mindig kisebb, mint maga a szám. Ha kiszámítjuk az adott szám számjegyeinek szorzatát, azután a szorzat számjegyeinek szorzatát azután ismét az új szorzat számjegyeinek szorzatát, stb., akkor törvényszerűen valahány lépés után egy egyjegyű számhoz jutunk. Ezeknek a lépéseknek a számát az adott szám *perzisztenciájának* nevezzük. Pl. a 723 perzisztenciája 2, mivel $7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$ (1. lépés) és $4 \cdot 2 = 8$ (2. lépés).

- Keressük meg azt a legnagyobb páratlan számot, amelynek számjegyei kölcsönösen különböznek és perzisztenciája 1.
- Keressük meg azt a legnagyobb páros számot, amelynek kölcsönösen különböző nem nulla számjegyei vannak és perzisztenciája 1.
- Keressük meg a 3 perzisztenciájú legkisebb természetes számot.

(*S. Bednářová*)

Z7 – I – 2

Andris a kiránduláson elköltötte pénzének 2/3-át, a maradék 2/3-át pedig a tibeti gyerekek megsegítésére fordította. Az így megmaradt pénz 2/3-ából édesanyjának vett egy kis ajándékot. Az ezután megmaradt pénz 4/5-ét elvesztette, mert lyukas volt a zsebe. Mikor a megmaradt pénze felét kishúgának adta, éppen egy eurója maradt. Mekkora összeggel indult el Andris a kirándulásra?

(*M. Volfová*)

Z7 – I – 3

Szilvia meséli:

„Hárman vagyunk nővérek, én vagyok a legfiatalabb, Lívia három évvel idősebb, Edit pedig nyolccal. Édesanyánk szívesen hallja, hogy átlagéletkorunk (vele együtt) 21 év, mindemellett ő már 29 éves volt, amikor én születtem."

Hány évvel ezelőtt született Szilvia?

(*M. Volfová*)

Z7 – I – 4

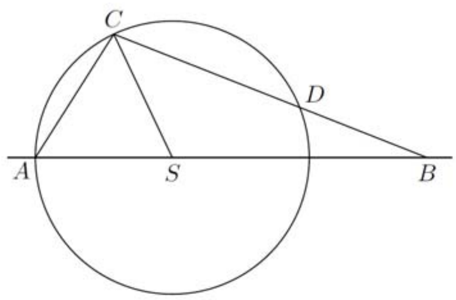
Gyuri leírt egy négyjegyű számot. Ezt a számot tízesekre, majd százasokra, majd ezresekre kerekítette és mindhárom eredményt leírta az eredeti szám alá. Ezután a négy számot összeadta és a helyes eredmény 5 443 lett. Milyen számot írt le Gyuri eredetileg?

(*M. Petrová*)

Z7 – I – 5

Laci rajzolt egy S középpontú kört és A, B, C, D pontokat, ahogyan azt az ábra mutatja. Megállapította, hogy az SC és BD szakaszok hossza megegyezik. Milyen az ASC és SCD szögek nagyságának aránya?

(*L. Hozová*)



Z7 – I – 6

Keressük meg az összes olyan háromjegyű természetes számot, amelyek maradék nélkül oszthatók 6-tal és amelyekből bármely számjegy áthúzása után olyan kétjegyű természetes számot kapunk, amely ismét maradék nélkül osztható 6-tal.

(*L. Šimůnek*)

Z8 KATEGÓRIA

Z8 – I – 1

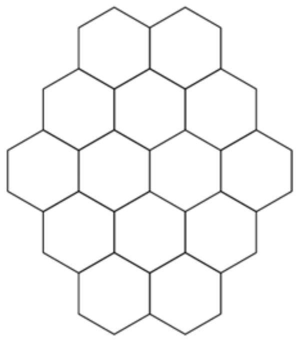
Márton papírján olyan különböző számjegyekből álló ötjegyű szám szerepel, amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- balról a második (tehát az ezresek helyén levő) számjegy áthúzásával kettővel osztható számot kapunk,
- balról a harmadik számjegy áthúzásával olyan számot kapunk, amely osztható hárommal,
- balról a negyedik számjegy áthúzásával egy néggyel osztható számot kapunk,
- balról az ötödik számjegy áthúzásával egy öttel osztható számot kapunk,
- ha nem húzunk át egy számjegyet sem, akkor a szám osztható hattal.

Melyik az a legnagyobb szám, amelyik Márton papírjára van írva?

(*M. Petrová*)

Z8 – I – 2



Károly az ábrán látható üres mezőkbe úgy igyekezett elhelyezni a természetes számokat 1-től 14-ig, hogy egyetlen számot se használjon fel többször és a számok összege minden egyenes sávban azonos legyen. Egy idő után észrevette, hogy ez nem lehetséges. Mivel indokolnátok Károly megfigyelését? (Egyenes sáv alatt mindazon szomszédos mezőket értjük, amelyek középpontja egy egyenesre esik.)

(*S. Bednářová*)

Z8 – I – 3

A „Rejtvények és fejtörők“ című enciklopédia ára 62,5% -kal csökkent. Matyi észrevette, hogy mindkét ár (az árleszállítás előtti és utáni is) kétszámjegyű és ugyanazokból a számjegyekből áll, csak más sorrendben. Hány euróval lett olcsóbb az enciklopédia?

(*M. Volfová*)

Z8 – I – 4

Bontsátok kis egybevágó kockákra a 8 cm élű kockát úgy, hogy a felületük összege ötször nagyobb legyen, mint az eredeti kocka felülete. Mekkora lesz egy kis kocka térfogata és hány cm lesz egy élének a hossza?

(*M. Volfová*)

Z8 – I – 5

Klári, Lenke és Matyi az írásbeli maradékos osztást gyakorolták. Az osztandó mindegyikük esetében más-más természetes szám volt, viszont mindegyikük osztója ugyanaz a természetes szám volt. Lenke osztandója 30-cal nagyobb volt, mint Klárié. Matyi osztandója 50-nel nagyobb volt, mint Lenkéé. Klári eredményében a maradék 8 lett, Lenke 2 maradékot, Matyi 4 maradékot kapott. Mindnyájan hibátlanul számoltak. Milyen osztóval számoltak a diákok?

(*L. Šimůnek*)

Z8 – I – 6

Az egyenlő szárú *ABCD* trapézban az *AC* és *DB* átlók merőlegesek egymásra, hosszuk 8 cm, és a leghosszabb *AB* oldal szintén 8 cm-es. Számítsátok ki ennek a trapéznak a területét!

(*M. Krejčová*)

Z9 KATEGÓRIA

Z9 – I – 1

Farkas úr az iskola előtti buszmegállón várt. A nyitott ablakon át hallotta a tanár szavait:

„Mekkora lehet a szabályos négyoldalú hasáb felszíne, ha tudjuk, hogy minden élhossza egész szám centiméterekben kifejezve és térfogata ...“

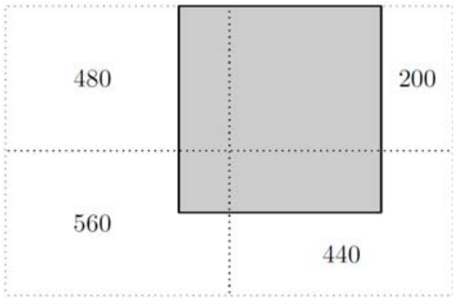
Ezt a fontos adatot Farkas úr nem hallotta, mert éppen arra ment egy autó. Kicsit később hallotta, ahogyan egy tanuló megmondta az eredményt: 918 cm^2. A tanár erre azt mondta:

„Igen, de a feladatnak összesen négy megoldása van. Számoljatok tovább!“

Többet már Farkas úr nem tudott meg, mert felszállt a buszra. Mivel a matematikát mindig kedvelte, papírt és ceruzát vett elő, és még az autóbuszban kiszámította a feladat további három megoldását. Számítsátok ki ti is! (*L. Šimůnek*)

Z9 – I – 2

Az ábrán pontozott vonallal ábrázoltuk négy egyenlő területű téglalap alakú parcella határát. A szürke szín a beépített területet jelzi. Ez téglalap alakú és egyik oldala egyben a parcellák határán fekszik. A beírt számok az egyes parcellákon a beépítetlen terület nagyságát fejezik ki m^2-ekben. Számítsátok ki a beépített terület nagyságát.



(*L. Šimůnek*)

Z9 – I – 3

Vendelék almamustot préseltek. A must két egyenlő térfogatú hordóban volt, mindkettőben csaknem ugyanakkora mennyiség. Ha az egyikből átöntöttek volna a másikba 1 litert, akkor mindkettőben egyenlő mennyiség lett volna, de egyik hordó se lett volna teli. Ezért inkább átöntöttek 9 litert a másodikból az elsőbe. Így az első hordó teljesen megtelt, a második térfogatának pedig pontosan az egyharmadát töltötte ki a must. Hány liter mustot préseltek, milyen térfogatúak voltak a hordók és mennyi must volt bennük eredetileg?

(*M. Volfová*)

Z9 – I – 4

Sebes úr és Esetlen úr egy időben indultak el ugyanazon a turistaösvényen, csakhogy míg Sebes úr fentről indult a turistaházból, Esetlen úr a városi buszmegállóról indult felfelé a turistaházba. Amikor 10 óra lett, találkoztak az ösvényen. Sebes úr sietett és 12:00-kor már célhoz is ért. Ezzel ellentétben Esetlen úr lassan ment és csak 18:00-kor ért a turistaházba. Mikor indultak útnak, ha tudjuk, hogy mindkettőjük egész úton a saját állandó sebességével haladt?

(*M. Volfová*)

Z9 – I – 5

Az S középpontú és 12 cm sugarú kör köré $ABCDEF$ szabályos hatszöget írtunk, a körbe pedig egy $TUVXYZ$ szabályos hatszöget írtunk úgy, hogy a T pont a BC oldal felezőpontja legyen. Számítsuk ki a $TCUS$ négyszög kerületét és területét.

(*M. Krejčová*)

Z9 – I – 6

Péter és Pál almát és körtét szedtek a kertben. Hétfőn Péter 2 körtével többet és 2 almával kevesebbet evett mit Pál. Péter kedden 4 körtével kevesebbet evett, mint hétfőn. Kedden Pál 3 körtével többet és három almával kevesebbet evett, mint Péter. Pál a két nap alatt 12 almát evett meg és kedden ugyanannyi almát evett, mint körtét. Kedden este a fiúk megállapították, hogy az összes alma száma, amit a két nap alatt megettek, megegyezik a két nap alatt általuk megevett összes körte számával. Hány almát evett Péter hétfőn és hány körtét evett Pál kedden?

(*L. Hozová*)

Mintaként egy régebbi olimpiai feladat megoldását közöljük:

Z4 – I – 1 feladat

Adott egy olyan téglalap, melynek oldalhosszai egész számmal fejezhetők ki. Ha egyik oldalának hosszát 4-gyel növeljük, másik oldalának hosszát pedig 5-tel csökkentjük, az eredeti téglalapnál kétszer nagyobb területű téglalapot kapunk. Határozzátok meg az adott téglalap oldalhosszait! Találjátok meg az összes megoldást!

Megoldás. A téglalap oldalainak hosszát jelölje a, b. Az új téglalap oldalainak hossza $a+4$, $b-5$. A feladat feltétele szerint a két téglalap területére érvényes:

$$2ab = (a+4)(b-5).$$

Az egyenletet átalakítjuk: $ab - 4b + 5a = -20$

$$ab - 4b + 5a - 20 = -40.$$

Azért vonunk le 20-at, hogy az egyenlet bal oldalát szorzattá tudjuk átalakítani:

$$(a-4)(b+5) = -40.$$

A megoldást a -40 szám két tényezőre való bontásával kapjuk meg. Mivel érvényes $a > 0$ és $b > 0$, ezért $a - 4 > -4, \quad b + 5 > 5$.

Két lehetőség van: $(-2).20 = -40$ és $(-1).40 = -40$.

Az első esetben olyan téglalapot kapunk, melynek oldalai $a = 2, b = 15$, területe $S = 30$. Az új téglalap oldalai eszerint $a' = 6, b' = 10$, területe pedig $S' = 60$, vagyis $S' = 2S$.

A második esetben olyan téglalapot kapunk, melynek oldalai $a = 3, b = 35$, területe pedig $S = 105$. Az új téglalap oldalai tehát $a' = 7, b' = 30$ területe pedig $S' = 210$ és megint érvényes, hogy $S' = 2S$.

A feladatnak tehát két megoldása van. Az adott téglalap oldalainak hossza vagy 2 és 15 vagy 3 és 35.

Végezetül egy jó tanács.

A feladatok nem könnyűek, ezért ne adjátok fel, ha mindjárt nem jöttök rá a megoldásra. Kísérletezzetek, rajzoljatok, „játszadozzatok el“ a feladattal! Néha az segít, ha valamilyen könyvben utánanéztek, és kerestek egy hasonló megoldott feladatot, de az is megtörténhet, hogy három nap múlva egyszer csak eszetekbe villan a helyes megoldás.

A versenyt a Szlovák Köztársaság Oktatási Minisztériuma a Szlovák Matematikusok és Fizikusok Egyesületével karöltve írja ki, és a Matematikai Olimpia Szlovákiai Bizottsága, járási szinten a járási bizottságok irányítják. Az iskolákban a versenyt a matematikatanárok szervezik.

Kérdéseitekkel forduljatok matematikatanárotokhoz.

SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

60. ROČNÍK MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY
Leták kategórií Z4, Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – domáce kolo

Autori úloh: PaedDr. Svetlana Bednářová, PhD., RNDr. Monika Dillingerová, PhD., doc. RNDr. Libuše Hozová, CSc., Mgr. Marie Krejčová, Mgr. Michaela Petrová, CSc., Mgr. Miroslava Smitková, PhD., Libor Šimůnek, doc. RNDr. Marta Volfová, PhD.

Vydala IUVENTA s finančnou podporou Ministerstva školstva SR
Miesto a dátum vydania: Bratislava, september 2010
Sadzbu pripravil: Mgr. Peter Novotný, PhD.
Preložili: doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc., doc. RNDr. Mária Kmeťová, PhD.