

2010/2011  
60. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 7. decembra 2010.)

1. Určte všetky reálne čísla  $c$ , ktoré možno s oboma koreňmi kvadratickej rovnice

$$x^2 + \frac{5}{2}x + c = 0$$

usporiadať do trojčlennej aritmetickej postupnosti. (Pavel Calábek, Jaroslav Švrček)

2. Nech  $P, Q, R$  sú body prepony  $AB$  pravouhlého trojuholníka  $ABC$ , pre ktoré platí  $|AP| = |PQ| = |QR| = |RB| = \frac{1}{4}|AB|$ . Dokážte, že priesečník  $M$  kružníc opísaných trojuholníkom  $APC$  a  $BRC$ , ktorý je rôzny od bodu  $C$ , je totožný so stredom  $S$  úsečky  $CQ$ . (Peter Novotný)

3. Dokážte, že pre ľubovoľné dve rôzne prvočísla  $p, q$  väčšie ako 2 platí nerovnosť

$$\left| \frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right| > \frac{4}{\sqrt{pq}}.$$

(Jaromír Šimša)