

2020/2021
70. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie Z9

(Súťaž sa konala v utorok 16. marca 2021.)

1. Pre tri neznáme prirodzené čísla platí, že

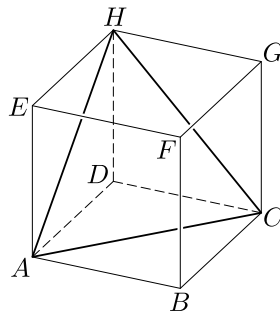
- najväčší spoločný deliteľ prvého a druhého je 8,
- najväčší spoločný deliteľ druhého a tretieho je 2,
- najväčší spoločný deliteľ prvého a tretieho je 6,
- najmenší spoločný násobok všetkých troch čísel je 1680,
- najväčšie z čísel je väčšie ako 100, ale nie je väčšie ako 200,
- jedno z čísel je štvrtou mocninou celého čísla.

O ktoré čísla ide? Určte všetky možnosti.

(Eva Semerádová)

2. Trojuholník ACH je určený tromi vrcholmi kocky $ABCDEFGH$, pozri obrázok. Výška tohto trojuholníka na stranu CH má veľkosť 12 cm. Vypočítajte obsah trojuholníka ACH a veľkosť hrany danej kocky.

(Marie Krejčová)



Obr. 1

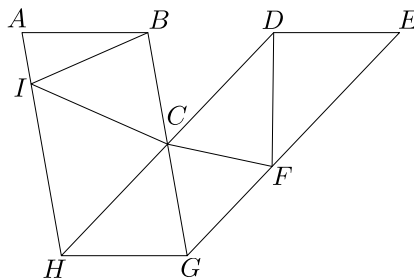
3. Daná je postupnosť siedmich čísel a, b, c, d, e, f, g . Každé z čísel b, c, d, e, f je aritmetickým priemerom susedných dvoch čísel. Ukážte, že číslo d je aritmetickým priemerom čísel a a g .

(Karel Pazourek)

4. Dané sú rovnobežníky $ABGH$ a $DEGH$, ktorých vrcholy A, B, D a E ležia na jednej priamke. Bod C je priesečníkom úsečiek BG a DH , bod I leží na úsečke AH a bod F leží na úsečke EG . Mnohouholník $ABCDEGH$ pozostáva zo siedmich trojuholníkov, pričom medzi trojuholníkmi ABI , BCI , CHI , DEF , CDF a CFG je jeden s obsahom 3 cm^2 , jeden s obsahom 5 cm^2 , dva s obsahom 7 cm^2 a jeden s obsahom 10 cm^2 . Okrem trojuholníkov s obsahmi 7 cm^2 nemá žiadna ďalšia dvojica z uvedených siedmich trojuholníkov rovnaký obsah. Rozhodnite, či možno s istotou určiť trojuholníky s obsahmi 7 cm^2 . Ďalej určte obsah mnohouholníka $ABCDEGH$; nájdite všetky možnosti.

Poznámka: Obrázok je len ilustračný.

(Eva Semerádová)



Obr. 2