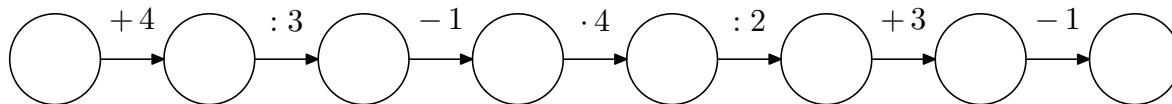


2010/2011
60. ročník MO

Riešenia úloh školského kola kategórie Z4

1. Doplň do prázdnych políčok 8 za sebou idúcich jednociferných čísel každé raz tak, aby matematické operácie boli vypočítané správne. (M. Dillingerová, M. Smitková)

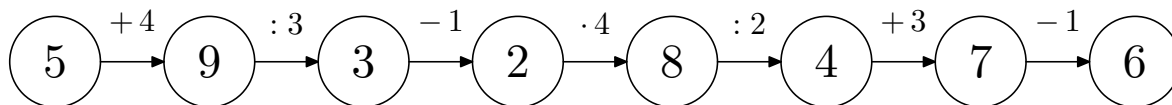


Obr. 1

Riešenie. Naším cieľom je doplniť osem po sebe idúcich jednociferných čísel do obrázka tak, aby platili matematické operácie. Do všetkých políčok môžeme skúsiť doplniť ktorékoľvek z čísel 0 až 9, pričom žiadne nemôžeme napísať dvakrát. Jedným z možných riešení je začať dopĺňať čísla do prvého políčka. Tu má význam napísať iba čísla od 0 po 5. Väčšie čísla do prvého políčka dopĺňať nemôžeme, lebo by v druhom políčku vyšlo dvojciferné číslo. Výhodnejšie je však začať vyplňaním druhého políčka. Aby v treťom políčku vyšlo celé číslo, tak do druhého políčka môžeme skúsiť doplniť iba čísla 0, 3, 6 a 9, čiže také čísla, ktoré sa dajú vydeliť tromi:

- Keď doplníme do druhého políčka číslo 0, tak do tretieho by sme museli napísať tiež číslo 0.
- Keď doplníme do druhého políčka číslo 3, tak do tretieho pôjde $3 : 3 = 1$, do štvrtého $1 - 1 = 0$ a do piateho $0 \cdot 4 = 0$, teda by sme opäť použili dve rovnaké čísla.
- Keď doplníme do druhého políčka číslo 6, do tretieho musíme dať $6 : 3 = 2$. Potom do štvrtého pôjde $2 - 1 = 1$, do piateho $1 \cdot 4 = 4$ a do šiesteho $4 : 2 = 2$. V treťom a šiestom políčku by bolo napísané rovnaké číslo 2.
- Posledná možnosť je doplniť do druhého políčka číslo 9. Potom v treťom musí byť $9 : 3 = 3$, vo štvrtom $3 - 1 = 2$, v piatom $2 \cdot 4 = 8$, v šiestom $8 : 2 = 4$, v siedmom $4 + 3 = 7$ a v ôsmom $7 - 1 = 6$. V prvom políčku musí byť také číslo, aby po pričítaní čísla 4 vyšlo číslo 9, teda 5. Na obr. 2 vidíme, že sme vpísali osem po sebe idúcich čísel 2 až 9, takže sme našli riešenie.

Keďže sme vyskúšali všetky možnosti, jediné riešenie je na obrázku obr. 2.



Obr. 2

Poznámka. Čísla 0 a 3 môžeme na druhom políčku vylúčiť aj takouto krátkou úvahou: Na druhom políčku je číslo o 4 väčšie ako na prvom, teda na druhom políčku musí byť číslo väčšie ako 3 (inak by nemalo čo byť na prvom políčku). Stačí teda do druhého políčka skúsiť doplniť čísla 6 a 9.

Návrh hodnotenia. Pri postupe ako v uvedenom riešení 1 bod za určenie čísel v druhom políčku; 1 bod za každú z prvých troch vetiev; 2 body za správne vyplnený obrázok s kontrolou po sebe idúcich čísel.

Pri postupe vyplňania od prvého políčka 1 za bod určenie, že do prvého políčka nesmie ísť číslo väčšie ako 5; 2 body za vylúčenie vpísania 0, 1, 3, 4 (zlyhá už pri delení tromi); 1 bod za vylúčenie čísla 2 v prvom políčku; 2 body za správne vyplnený obrázok s kontrolou po sebe idúcich čísel.

2. *Pred školou v Kocúrkove stáli bicykle a autá. Keby sa tu zastavilo ešte jedno auto, bolo by ich toľko ako bicyklov. Keby sa tu zastavilo ešte 5 bicyklov, mali by rovnako veľa kolies ako autá. Koľko stálo pred školou áut? Koľko tam stálo bicyklov?*

(M. Dillingerová)

Riešenie. Odoberme jeden bicykel zo všetkých bicyklov pred školou preč. Na základe prvej informácie vieme, že teraz je zostávajúcich bicyklov rovnako veľa ako áut. Keďže bicykel má polovicu kolies čo auto, tak tieto zostávajúce bicykle majú dokopy polovicu kolies čo všetky autá pred školou. Na základe druhej informácie v zadaní by sme k zostávajúcim (o jeden menej) bicyklom museli pridať až šesť bicyklov, aby mali všetky bicykle rovnako veľa kolies ako autá. Pridaných šesť bicyklov má druhú polovicu všetkých kolies čo majú autá pred školou. Čiže 12 kolies je polovica kolies všetkých áut. To znamená, že autá majú dokopy $2 \cdot 12 = 24$ kolies. Teda áut je $24 : 4 = 6$, zostávajúcich bicyklov je tiež šesť. Pred odobratím jedného bicykla ich teda muselo byť 7.

Návrh hodnotenia. 3 body za určenie že 6 bicyklov má polovicu celkového počtu kolies áut; 2 body za dourčenie počtu áut; 1 bod za určenie počtu bicyklov.

3. *Janko dostal na Vianoce knihu, ktorú hneď v ten deň začal čítať. V posledný januárový deň nového roka Janko zistil, že prečítal 60 strán, čo je polovica knihy a povedal si, že ak chce knihu celú dočítať do svojich narodenín, musí každý deň prečítať 5 strán. Kedy (presne ktorý deň a mesiac) má Janko narodeniny?* (M. Smitková)

Riešenie. Keďže 60 strán je polovica knihy, Jankovi ostáva prečítať druhá polovica, čiže 60 strán. Narodeniny má v ten deň, kedy by dočítal knihu pri rýchlosti čítania 5 strán za deň. Na prečítanie zvyšných 60 strán takouto rýchlosťou čítania mu treba $60 : 5 = 12$ dní. Deň, keď si to Janko uvedomil, bol posledný január, takže čítať začne od prvého februára, skončí dvanásteho a narodeniny musí mať teda 12. februára.

Návrh hodnotenia. 2 body za to, že ostáva prečítať 60 strán; 2 body za počet dní, ktoré na to treba; 2 body za dourčenie presného dátumu.

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín školských kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.