2010/2011

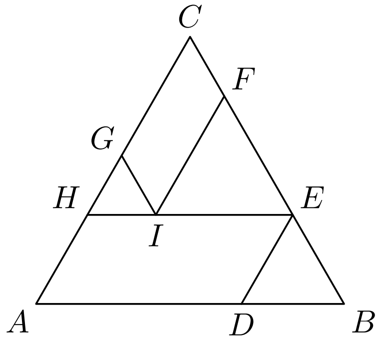
60. ročník MO *Zadania úloh obvodného kola kategórie Z9*

(*Súťaž sa konala v stredu 26. januára 2011.*)

1. Koľko existuje dvojíc štvorciferných palindrómov, ktorých rozdiel je 3674? Palindróm je číslo, ktoré ostane rovnaké, keď ho napíšeme odzadu. Štvorciferný palindróm je teda také štvorciferné prirodzené číslo, ktoré má na mieste jednotiek rovnakú cifru ako na mieste tisícok a na mieste desiatok rovnakú cifru ako na mieste stoviek. (*L. Šimůnek*)

2. Na obrázku sú rovnostranné trojuholníky ABC, DBE, IEF a HIG. Obsahy trojuholníkov DBE, IEF a HIG sú v pomere $9 : 16 : 4$. V akom pomere sú
1. dĺžky úsečiek HI a IE,
2. obsahy trojuholníkov ABC a HEC?

(*K. Pazourek*)



3. Dané sú štvorce $ABCD$ a $KLMN$. Dĺžky strán oboch štvorcov sú v centimetroch vyjadrené celým číslom. Bod K je vnútorným bodom úsečky AB, bod L leží v bode B a bod M je vnútorným bodom úsečky BC. Obsah šesťuholníka $AKNMCD$ je $225\,\text{cm}^2$. Aký môže byť obvod tohto šesťuholníka? Nájdite všetky možnosti. (*L. Šimůnek*)

4. Martina si vymyslela postup na výrobu číselnej postupnosti. Začala číslom 128. Z neho odvodila ďalší člen postupnosti takto: $8^2 + 5 = 64 + 5 = 69$. Potom pokračovala rovnakým spôsobom a z čísla 69 dostala $9^2 + 5 = 81 + 5 = 86$. Vždy teda z predchádzajúceho člena postupnosti vezme cifru na mieste jednotiek, umocní ju na druhú a k tejto mocnine pripočíta konštantu 5.
1. Aké je 2011. číslo tejto postupnosti?
2. Martina opäť začala číslom 128, ale namiesto čísla 5 zvolila ako konštantu iné prirodzené číslo. Tentoraz jej na 2011. mieste vyšlo číslo 16. Akú konštantu zvolila v tomto prípade?

(*M. Dillingerová*)