

2010/2011
60. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 5. apríla 2011.)

1. Súčin kladných reálnych čísel a, b, c je 60 a ich súčet je 15. Dokážte nerovnosť

$$(a + b)(a + c) \geq 60$$

a zistite, pre ktoré také čísla a, b, c nastane rovnosť.

(Jaromír Šimša)

2. Nájdite všetky dvojice kladných celých čísel a, b , pre ktoré číslo b je deliteľné číslom a a súčasne číslo $3a + 4$ je deliteľné číslom $b + 1$.

(Pavel Novotný)

3. Nech M, N sú postupne vnútorné body strán AB, BC rovnostranného trojuholníka ABC , pre ktoré platí $|AM| : |MB| = |BN| : |NC| = 2 : 1$. Označme P priesečník priamok AN a CM . Dokážte, že priamky BP a AN sú navzájom kolmé.

(Jaroslav Švrček)

4. Zapišeme všetky päťciferné čísla, v ktorých sa každá z cifier 4, 5, 6, 7, 8 vyskytuje práve raz. Potom jedno (ľubovoľné z nich) škrtneme a všetky zvyšné sčítame. Aké sú možné hodnoty ciferného súčtu takého výsledku?

(Šárka Gergelitsová)