

2010/2011
60. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 5. apríla 2011.)

1. Na tabuli sú napísané práve tri (nie nutne rôzne) reálne čísla. Vieme, že súčet ľubovoľných dvoch z nich je tam napísaný tiež. Určte všetky trojice takých čísel.

(Ján Mazák)

2. Nájdite všetky kladné celé čísla n , pre ktoré je číslo $n^2 + 6n$ druhou mocninou celého čísla.

(Vojtech Bálint)

3. V lichobežníku $ABCD$ má základňa AB dĺžku 18 cm a základňa CD dĺžku 6 cm. Pre bod E strany AB platí $2|AE| = |EB|$. Body K, L, M , ktoré sú postupne ťažiskami trojuholníkov ADE, CDE, BCE , tvoria vrcholy rovnostranného trojuholníka.

a) Dokážte, že priamky KM a CM zvierajú pravý uhol.

b) Vypočítajte dĺžky ramien lichobežníka $ABCD$.

(Pavel Calábek)

4. Nech x, y, z sú kladné reálne čísla. Ukážte, že aspoň jedno z čísel $x + y + z - xyz$ a $xy + yz + zx - 3$ je nezáporné.

(Stanislava Sojáková)