

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

## Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

- 1 V obchode majú jeden druh lízaniek a jeden druh nanukov. Cena ako lízaniek, tak nanukov je uvedená v celých grošoch. Barborka kúpila tri lízanky. Eliška kúpila štyri lízanky a niekoľko nanukov – vieme len, že to bolo viac ako jeden a menej ako desať nanukov. Janko kúpil jednu lízanku a jeden nanuk. Barborka platila 24 grošov a Eliška 109 grošov. Koľko grošov platil Janko?

(Libuše Hozová)

### Riešenie:

Barborka platila za tri lízanky 24 grošov, teda jedna lízanka stála 8 grošov (lebo  $24 : 3 = 8$ ).

Eliška za štyri lízanky a niekoľko nanukov platila 109 grošov. Štyri lízanky stáli 32 grošov (lebo  $4 \cdot 8 = 32$ ), teda niekoľko Eliškiných nanukov stálo 77 grošov (lebo  $109 - 32 = 77$ ).

Táto cena je súčinom počtu nanukov a ceny jedného nanuka. Nanukov bolo viac ako jeden a menej ako desať, teda ich bolo 7 (žiadne iné číslo v danom rozsahu nedelí 77 bezo zvyšku). Jeden nanuk stál 11 grošov (lebo  $77 : 7 = 11$ ).

Janko za jednu lízanku a jeden nanuk platil 19 grošov (lebo  $8 + 11 = 19$ ).

### Pokyny:

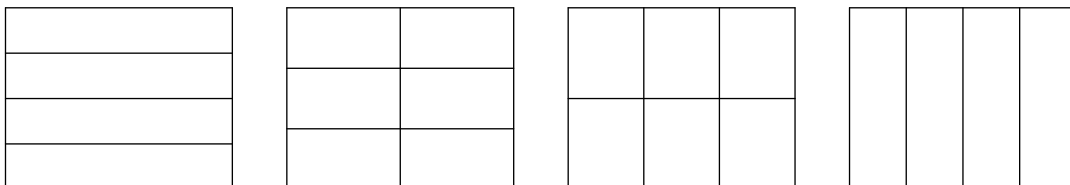
1 bod za cenu jednej lízanky; 2 body za celkovú cenu Eliškiných nanukov; 2 body za cenu jedného nanuka; 1 bod za Jankovu útratu.

- 2 Xénia mala obdĺžnik s rozmermi 24 cm a 30 cm. Rozdelila ho tromi úsečkami na niekoľko rovnakých obdĺžnikových dielov. Aké mohli byť rozmery týchto dielov? Určte štyri možnosti.

(Karel Pazourek)

### Riešenie:

Aby diely po rozdelení boli obdĺžnikové, musia byť deliace úsečky rovnobežné so stranami pôvodného obdĺžnika. Podľa počtu úsečiek rovnobežných s dlhšou, príp. kratšou stranou pôvodného obdĺžnika môžeme rozlišovať nasledujúce prípady:



Novovzniknuté obdĺžniky majú byť zhodné, teda každá zo strán pôvodného obdĺžnika musí byť násobkom strany menšieho obdĺžnika. Delením rozmerov 24 cm a 30 cm podľa vyššie uvedených možností zisťujeme rozmery novovzniknutých obdĺžnikov:

- $(30 \text{ cm} : 1) \times (24 \text{ cm} : 4)$  čiže  $30 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ ,
- $(30 \text{ cm} : 2) \times (24 \text{ cm} : 3)$  čiže  $15 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ ,
- $(30 \text{ cm} : 3) \times (24 \text{ cm} : 2)$  čiže  $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ ,
- $(30 \text{ cm} : 4) \times (24 \text{ cm} : 1)$  čiže  $7,5 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$ .

### Pokyny:

Po 1 bode za každú možnosť; 2 body za rozbor, náčrtky a pod. Za spracovanie obsahujúce iba obrázky dajte nanajvyš 3 body.

- 3 Vojto sa snaží uložiť svojich 20 hračiek do škatúl tak, aby v každej škatuli bola aspoň jedna hračka a v žiadnych dvoch škatuliach nebol rovnaký počet hračiek.

- Opíšte, ako môže hračky uložiť do piatich škatúl.
- Môže hračky uložiť do šiestich škatúl?

(Josef Tkadlec)

**Riešenie:**

Aby v každej škatuli bola aspoň jedna hračka a v žiadnych dvoch škatuliach nebol rovnaký počet hračiek, môže ich Vojto začať ukladať tak, že do jednej škatule dá jednu hračku, do druhej dve, do tretej tri atď. Ak nejaké hračky zvýšia, môže ich umiestniť do poslednej škatule.

- Do piatich škatúl možno 20 hračiek uložiť napr. takto: 1, 2, 3, 4, 5 + 5.
- Do šiestich škatúl je potrebných aspoň  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$  čiže 21 hračiek. Teda 20 hračiek sa do šiestich škatúl uvedeným spôsobom uložiť nedá.

**Pokyny:**

Po 3 bodoch za každú časť úlohy. Zápornú odpoveď na otázku b) bez uvedenia dôvodu hodnotíte 1 bodom.