

2011/2012
61. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011,
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2012.)

1. Korešpondenčná matematická súťaž prebieha v troch kolách, ktorých náročnosť sa stupňuje. Do druhého kola postupujú len tí riešitelia, ktorí boli úspešní v prvom kole, do tretieho kola postupujú len úspešní riešitelia druhého kola. Víťazom je každý, kto je úspešným riešiteľom posledného, teda tretieho kola. V poslednom ročníku tejto súťaže bolo presne 14 % riešiteľov úspešných v prvom kole, presne 25 % riešiteľov druhého kola postúpilo do tretieho kola a presne 8 % riešiteľov tretieho kola zvíťazilo. Aký je najmenší počet súťažiacich, ktorí sa mohli zúčastniť prvého kola? Koľko by bolo v takomto prípade víťazov? (M. Petrová)

2. Je daný rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB dlhou 10 cm a ramenami dlhými 20 cm. Bod S je stred základne AB . Rozdeľte trojuholník ABC štyrmi priamkami prechádzajúcimi bodom S na päť častí s rovnakým obsahom. Zistite, aké dlhé úseky vytnú tieto priamky na ramenách trojuholníka ABC . (E. Trojáková)

3. Hľadáme päťciferné číslo s nasledujúcimi vlastnosťami: je to palindróm (t. j. číta sa odzadu rovnako ako odpredu), je deliteľné dvanástimi a vo svojom zápise obsahuje cifru 2 bezprostredne za cifrou 4. Určte všetky možné čísla, ktoré vyhovujú zadaným podmienkam. (M. Mach)

4. Na stred hrnčiarskeho kruhu sme položili kocku, ktorá mala na každej svojej stene napísané jedno prirodzené číslo. Tesne predtým, ako sme kruh roztočili, sme z miesta, kde stojíme, videli tri steny kocky a teda len tri čísla. Ich súčet bol 42. Po otočení hrnčiarskeho kruhu o 90° sme z rovnakého miesta videli tri steny s číslami, ktoré mali súčet 34 a po otočení o ďalších 90° sme videli tri čísla so súčtom 53.

1. Určte súčet troch čísel, ktoré z nášho miesta uvidíme, keď sa kruh otočí ešte o ďalších 90° .
2. Kocka celý čas ležala na stene s číslom 6. Určte maximálny možný súčet všetkých šiestich čísel na kocke.

(L. Šimůnek)

5. Pankrác, Servác a Bonifác sú traja bratia, ktorí majú P , S a B rokov. Vieme, že P , S a B sú prirodzené čísla menšie ako 16, pre ktoré platí:

$$\begin{aligned}P &= \frac{5}{2}(B - S), \\S &= 2(B - P), \\B &= 8(S - P).\end{aligned}$$

Určte vek všetkých troch bratov.

(L. Hozová)

6. Janka narysovala obdĺžnik s obvodom 22 cm a dĺžkami strán vyjadrenými v centimetroch celými číslami. Potom obdĺžnik rozdelila bezo zvyšku na tri obdĺžniky, z ktorých jeden mal rozmery $2\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Súčet obvodov všetkých troch obdĺžnikov bol o 18 cm väčší ako obvod pôvodného obdĺžnika. Aké rozmery mohol mať pôvodný obdĺžnik? Nájdite všetky riešenia.

(M. Dillingerová)