

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

## Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

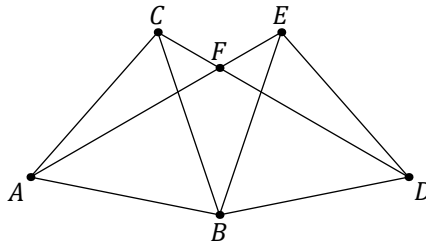
---

1 Aritmetická postupnosť je taká postupnosť čísel, v ktorej je rozdiel každého čísla a čísla jemu predchádzajúceho stále rovnaký; tomuto rozdielu sa hovorí *diferencia*. (Napríklad (2, 8, 14, 20, 26, 32) je aritmetická postupnosť s diferenciou 6.)

Bolek a Lolek mali každý svoju aritmetickú postupnosť. Aj Bolkova aj Lolkova postupnosť sa začínala číslom 2023 a končila sa číslom 3023. Tieto dve postupnosti mali 26 spoločných čísel. Pomer Bolkovej a Lolkovej diferencie bol 5 : 2. Určte rozdiel Bolkovej a Lolkovej diferencie.

(Erika Novotná)

2 Sú dané dva zhodné rovnostranné trojuholníky  $ABC$  a  $BDE$  tak, že veľkosť uhla  $ABD$  je väčšia ako  $120^\circ$  a menšia ako  $180^\circ$  a body  $C, E$  ležia v rovnakej polrovine vymedzenej priamkou  $AD$ . Priesečník  $CD$  a  $AE$  je označený  $F$ . Určte veľkosť uhla  $AFD$ .



(Iveta Jančígová)

3 Traja kúzelníci kúzlia s číslami, každý však vie len jedno kúzlo:

- Prvý kúzelník vie od ľubovoľného čísla odčítať číslo jedna.
- Druhý kúzelník vie ľubovoľné číslo vydeliť číslom dva.
- Tretí kúzelník vie ľubovoľné číslo vynásobiť číslom tri.

Kúzelníci sa pri čarovaní môžu ľubovoľne striedať, každý však môže svoje kúzlo počas jedného vystúpenia použiť najviac päťkrát a žiadny medzivýsledok nesmie byť väčší ako 10. Pri jednom vystúpení mali z päťice čísel (3, 8, 9, 2, 4) vykúzliť päťicu trojok, pri inom vystúpení mali z tej istej päťice čísel vykúzliť päťicu pätiok. Ako si mohli s problémom poradiť? Nájdite možné riešenie alebo vysvetlite, prečo to možné nie je.

(Erika Novotná)

4 Nájdite najmenšie kladné celé čísla  $a$  a  $b$ , pre ktoré platí

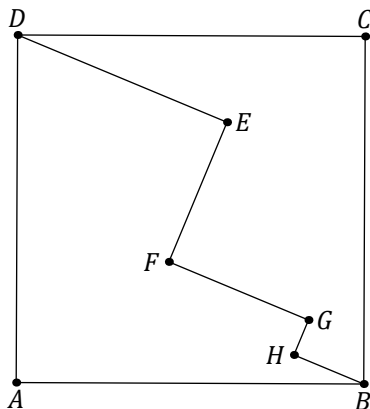
$$7a^3 = 11b^5.$$

(Alžbeta Bohiniková)

5 Na snovom trhovisku ponúkla Sfinga cestovateľovi za štyri sny sedem ilúzií, dva šlofiky a jednu nočnú moru. Inému cestovateľovi ponúkla za sedem snov štyri ilúzie, štyri šlofiky a dve nočné mory. Sfinga je pri svojich ponukách spravodlivá a vymeriava vždy rovnako. Koľko ilúzií stojí jeden sen?

(Karel Pazourek)

6 Vrcholy štvorca  $ABCD$  spája lomená čiara  $DEFGHB$ . Uhly  $DEF, EFG, FGH, GHB$  sú pravé a úsečky  $DE, EF, FG, GH, HB$  merajú postupne 6 cm, 4 cm, 4 cm, 1 cm, 2 cm. Určte obsah štvorca  $ABCD$ .



(Monika Dillingerová)

---

Termíny odovzdania riešení:

- úlohy 1, 2, 3: **16. 11. 2022**
  - úlohy 4, 5, 6: **16. 12. 2022**
-