# SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA
# PRE ŽIAKOV ZÁKLADNÝCH ŠKÔL
# A NIŽŠÍCH ROČNÍKOV VIACROČNÝCH GYMNÁZIÍ

**61. ročník, školský rok 2011/2012**

**Domáce kolo**

**Kategórie Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – zadania úloh (maďarská verzia)**

Kedves Diákok!

Kedvelitek az érdekes matematikafeladatokat és szívesen versenyeznétek ezek megoldásában? Ha így van, kapcsolódjatok be a matematikai olimpia (MO) versenybe!

A verseny önkéntes, független a matematikában elért osztályzattól. A matematikai olimpia egyes kategóriáinak feladatai közül ebben a füzetben azokat találjátok meg, amelyeket az alapiskolás tanulóknak (AI), valamint a nyolcosztályos gimnáziumok (NyG) első négy osztályát látogató diákoknak szántunk.

A **Z5** kategóriában az AI 5. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z6** kategóriában az AI 6. osztályos tanulói és NyG 1. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z7** kategóriában az AI 7. osztályos tanulói és NyG 2. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z8** kategóriában az AI 8. osztályos tanulói és NyG 3. osztályos tanulói versenyeznek.
A **Z9** kategóriában az AI 9. osztályos tanulói és a NyG 4. osztályos tanulói versenyeznek. Ebben a kategóriában részt vehetnek az ötéves kétnyelvű gimnáziumok első („előkészítő“) évfolyamának tanulói is.

Matematikatanárotok jóváhagyásával a felsőbb osztályos tanulóknak szánt kategóriák valamelyikében vagy a középiskolások részére kiírt A, B, C kategóriák egyikében is versenyezhettek (a középiskolásoknak szánt feladatok külön füzetben jelentek meg).

*Az SKMO úgy határozott, hogy a 2011/2012 tanévtől kezdve megszűnik a Z4 kategória.* A fő okok a következők:

- Az új előírások szerint a 8-osztályos gimnáziumokra már csak az 5. osztályból lehet jutni, tehát a diákoknak nincs szükségük a Z4 eredményeire a felvételi vizsgákon.
- Az első fokozaton már kevesebb a tananyag, a házi fordulóra csak az első 3 osztály anyagát lehetne használni, ami többé-kevésbé csak számolás egész számokkal 20-ig.
- A Z4 kategória csak házi és iskolai fordulóból állt, tehát a diákok nem lesznek megfosztva a lehetőségtől, hogy más iskolák diákjaival versenyezhessenek.
- Az infláció ellenére (tehát az egyre növekvő költségek ellenére) az Iskolaügyi minisztérium 2004 óta egyszer sem növelte az MO költségvetését, sőt a 2011-es költségvetés 25%-kal csökkent. Emiatt az SKMO kénytelen volt csökkenteni bizonyos tevékenységeket.

Természetesen az iskolák a maguk ügyes negyedikesei számára továbbra is szervezhetnek saját versenyeket. Az MO korábbi évek levéltáraiban biztosan rengeteg megfelelő feladatot találnak.

### A verseny menete

A Z5, Z6, Z7 és Z8 kategóriákban házi és járási forduló van. A Z9 kategóriában a házi és a járási fordulót a kerületi forduló követi.

A házi fordulóban kategóriánként 6-6 feladatot kell megoldanotok, ezeket a feladatokat tartalmazza ez a füzet. *A megoldásokat adjátok át matematikatanárotoknak a következő határidők betartásával:*

| kategória | az első feladathármas | a második feladathármas |
|---|---|---|
| **Z5, Z9** | 2011 november 14 | 2011 december 12 |
| **Z6, Z7, Z8** | 2011 december 12 | 2012 február 27 |

Tanáraitok ellenőrzik és az alábbi jegyekkel értékelik a feladatok megoldását: 1 – *kitűnő*, 2 – *jó*, 3 – *nem felelt meg*. A házi fordulóban az a diák minősül sikeres megoldónak, aki legalább négy megoldására jó vagy kitűnő osztályzatot kapott. A Z5 – Z9 kategóriák esetében a házi fordulók sikeres megoldóinak feladatmegoldásait az értékeléssel együtt az iskola elküldi a matematikai olimpia járási versenybizottságának. A versenybizottság a legjobb megoldókat meghívja a járási fordulóra. A járási fordulóban a versenyzők hasonló jellegű feladatokat kapnak, mint amilyeneket az otthoni fordulóban oldottak meg, ám a zárthelyi megoldásra csak meghatározott időtartam áll rendelkezésükre (a Z5, Z6, Z7, Z8 kategóriákban **2** óra, a Z9 kategóriában **4** óra), a versenyzők külső segítséget sem vehetnek igénybe. A Z9 kategória járási fordulóinak legjobb megoldóit a szervezők meghívják a kerületi fordulóra.

A sorrendről a járási, ill. kerületi fordulóban az egyes feladatokban elért pontok összege dönt. Például, ha pontosan 5 diák ér el több pontot, mint az $X$ nevű diák és pontosan három diák (beleértve $X$-et) ér el éppen annyi pontot, mint $X$, akkor $X$ diáknak a sorrendben a 6. – 8. helyezés jár, vagy rövidebben a 6. helyezés. Hasonló eljárással határozzuk meg az összes diák helyezését. Semmilyen egyéb kritériumok nem használhatók.

### A Matematikai Olimpia 61. Évfolyamának időrendje:

| kategória | járási forduló | kerületi forduló |
|---|---|---|
| **Z5** | 2012 január 25 | — |
| **Z6, Z7, Z8** | 2012 április 11 | — |
| **Z9** | 2012 január 25 | 2012 március 21 |

### Útmutató és tanácsok

A versenyfeladatok megoldását A4-es lapokra írjátok olvashatóan! Minden feladatot új lapon kezdjetek kidolgozni, a bal felső sarokba az alábbi minta szerint írjátok a fejlécet:

```
Nagy János, 7.C
Harmat Utcai Alapiskola, 979 01 Dunaszerdahely
Z7-I-2 feladat
```

Az utolsó adat a fejlécen a feladatnak a füzetben megadott száma. A megoldást úgy írjátok le, hogy gondolatmenetetek követhető legyen. Tudnotok kell, hogy nemcsak a feladatok megoldását értékeljük, hanem főleg következtetéseitek helyességét, azt a módot, ahogyan a megoldáshoz eljutottatok. A fenti feltételeket nem teljesítő vagy a határidőn túl leadott munkákat a versenyben nem vesszük figyelembe.

Örömteli és sikeres versenyzést kívánnak

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
SKMO, úlohová komisia pre kategórie Z

Mgr. Peter Novotný, PhD.
predseda Slovenskej komisie MO

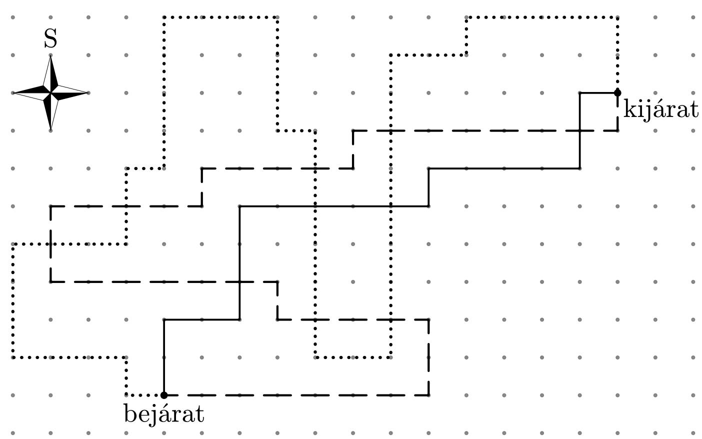
*A MO feladatainak és azok megoldásainak archívuma a következő internetoldalakon található:*

`http://www.olympiady.sk`
`http://skmo.sk`
`http://matematika.okamzite.eu`
`http://fpedas.uniza.sk/~novotny/MO.htm`

## Z5 KATEGÓRIA

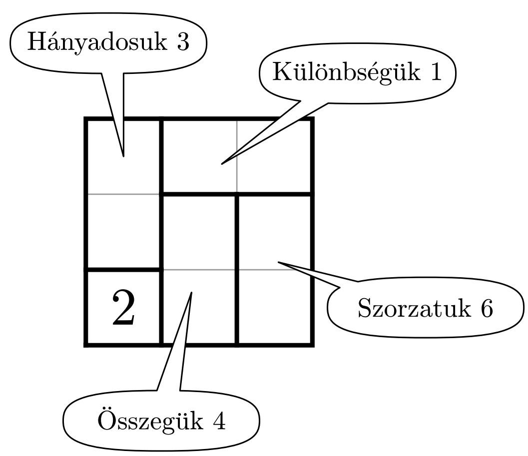
**Z5 – I – 1**

Három barát, Pankrác, Szervác és Bonifác a nyári szünetben egy éjszakai kirándulás alkalmával labirintusban járt. A bejáratnál egy-egy gyertyával a kezében mindegyikük más-más irányban indult. Mindhárman sikeresen elértek a labirintus kijáratához, de mindegyikük más úton jutott oda, amint az a következő négyzethálón látható. Tudjuk, hogy Pankrác egyszer sem ment déli irányban és hogy Szervác egyszer sem ment nyugati irányban. Hány métert tett meg a labirintusban Bonifác, ha Pankrác útja pontosan 500 m hosszú? (*M. Petrová*)




**Z5 – I – 2**

Írjuk be minden kitöltetlen négyzetbe az 1, 2 vagy 3 számok egyikét úgy, hogy minden oszlopban és sorban pontosan egyszer forduljanak elő, és hogy teljesüljenek az egyes kijelölt mezőkre vonatkozó adott feltételek.



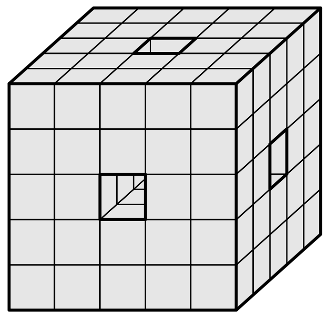

(Ha a kijelölt mezőre kiszabott feltétel bizonyos hányados, akkor azt a számot értjük alatta, amit a nagyobb szám kisebbel való osztásakor kapunk eredményül. Hasonlóan értelmezzük a különbséget is.) (*S. Bednářová*)

**Z5 – I – 3**

Julika szendvicseket készít barátnőinek. Burgonyasalátát tesz rájuk, majd ezeket a hozzávalókat szeretné még felhasználni: sonka, keménysajt, tojás, olajos paprika. Nem szeretné viszont, hogy valamelyik két szendvics teljesen azonos hozzávalókat tartalmazzon. Legfeljebb hány különböző szendvicset készíthet, ha egyiken sem lehet mind a négy hozzávaló a felsoroltak közül, és egyik sem lehet csakis burgonyasalátás (más hozzávaló nélkül)? (*M. Petrová*)

**Z5 – I – 4**

Az ábrán egy egyenlő nagyságú kockákból álló építmény látható. Lényegében egy nagy kockáról van szó, amelyen át három irányból egyforma egyenes alagutakat fúrtunk. Hány kis kockából áll az építmény?



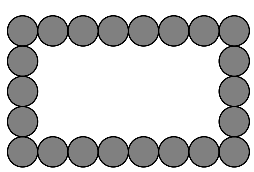
(*M. Krejčová*)

**Z5 – I – 5**

A hét hollóvá vált fivérről szóló mesében hét fiútestvér szerepel, akik közül mindegyik pontosan másfél évvel az előző után született. Amikor a legöregebb testvér éppen négyszer annyi idős lett, mint a legfiatalabb, az anyjuk mindannyiukat elátkozta. Hány évesek voltak az egyes fivérek, amikor elátkozta őket az anyjuk? (*M. Volfová*)

**Z5 – I – 6**

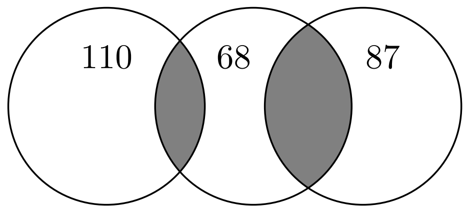
Janka és Hanka szívesen játszik állatmodellekkel. Hanka PET palackok kupakjaiból körbekerített egy téglalap alakú területet a kis játékteheneinek (ábra). Janka az összes saját kupakját felhasználva a juhok számára kerített egy egyenlő oldalú háromszög alakú területet. Miután ezt szétszedte, ismét az összes kupakját felhasználva négyzet alakút kerítést épített. Hány kupakja lehetett Jankának? Keress legalább két megoldást! (*M. Volfová*)



## Z6 KATEGÓRIA

### Z6 – I – 1

Mirka babot válogatott a leveshez egy olyan papíron, amit a nővére fiókjából húzott elő. A papírra három egyenlő nagyságú kör volt rajzolva, amelyek közös részei szürkére voltak festve. Mirka a körök fehér részeire annyi babszemet tett, amennyi az ábrán be van írva. Hány babszemet tegyen a szürke részekre, hogy végül minden körben ugyanannyi babszem legyen? (*L. Šimůnek*)

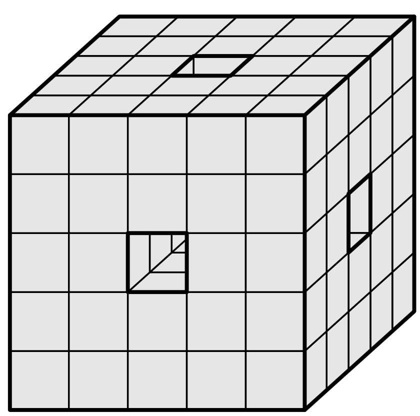



### Z6 – I – 2

Egy játéküzletbe új plüssjátékokat hoztak: szitakötőket, struccokat és tarisznyarákokat. Minden szitakötőnek 6 lába és 4 szárnya van, minden struccnak 2 lába és 2 szárnya, és minden tarisznyaráknak 8 lába és 2 ollója van. Az új plüssjátékoknak összesen 118 lábuk, 22 szárnyuk és 22 ollójuk van. Hány fejük van összesen? (*M. Petrová*)

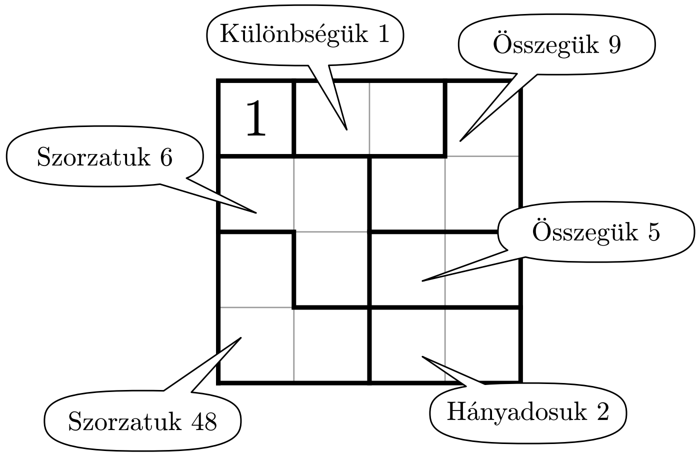
### Z6 – I – 3

Az ábrán egy egyenlő nagyságú kiskockákból álló építmény látható. Lényegében egy nagy kockáról van szó, amelyen át három irányból egyforma egyenes alagutakat fúrtunk. Ezt az egész építményt festékbe merítettük. Hány kiskockának lett festékes legalább az egyik lapja? (*M. Krejčová*)



**Z6 – I – 4**

Írjuk be minden kitöltetlen négyzetbe az 1, 2, 3 vagy 4 számok egyikét úgy, hogy minden oszlopban és sorban mindegyik pontosan egyszer forduljon elő, és hogy teljesüljenek az egyes kijelölt mezőkre vonatkozó adott feltételek.




(Ha a kijelölt mezőre kiszabott feltétel bizonyos hányados, akkor azt a számot értjük alatta, amit a nagyobb szám kisebbel való osztásakor kapunk eredményül. Hasonlóan értelmezzük a különbséget is.)

(*S. Bednářová*)

**Z6 – I – 5**

Oszi, Bandi és Dani Karácsonyra ezeket a játékokat kapta a nagyszülőktől, mindegyikük egyet-egyet: nagy tűzoltóautó, távirányítós helikopter és Merkur építős játék. Unokafivérük Peti otthon ezt mondta róluk:

„Oszi megkapta azt a nagy tűzoltóautót. Igaz, hogy azt Dani szerette volna, de nem ő kapta. Bandi nem kedveli az építős játékokat, így a Merkur nem neki való.“

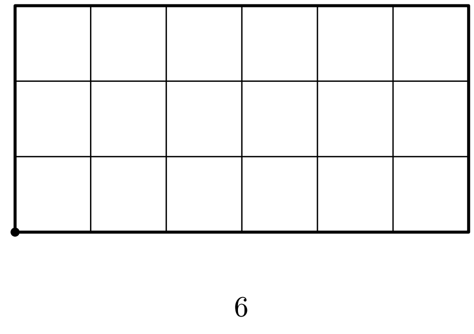
Később kiderült, hogy Peti kétszer is tévedett ajándék-ügyben, hogy ki melyik ajándékot kapta, és csak egyszer mondott igazat. Hogy volt tehát az ajándékokkal, ki milyen ajándékot kapott?

(*M. Volfová*)

**Z6 – I – 6**

Márta, Linda és Mária olyan játékot találtak ki, amit egy az ábrán látható 18 egyenlő nagyságú négyzetből álló játszótéren lehet játszani. A játékhoz a játszóteret két egyenes vonallal három egyenlő nagyságú részre kell osztaniuk. Ráadásul mindkét vonalnak át kell mennie a játszótér (ábrán kijelölt) bal alsó sarkán. Adjatok tanácsot a lányoknak, hogyan rajzolják be ezeket a vonalakat, hogy elkezdhessék a játékot!

(*E. Trojáková*)



## Z7 KATEGÓRIA

**Z7 – I – 1**

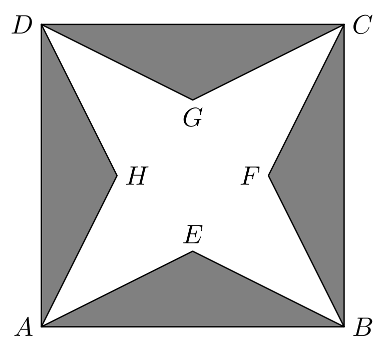
A hét törpe egy patakhoz jár vízért. Mindegyik törpének más-más nagyságú korsója van: 3, 4, 5, 6, 7, 8 és 9 liter űrtartalmúak. A törpék nem kölcsönzik egymásnak a korsójukat és mindig teli korsó vizet hoznak.

- Hapci több vizet hoz a korsójában, mint Vidor.
- Szundinak háromszor kellett vízért mennie, hogy pontosan annyit hozzon, amennyit Szende egyszerre elhoz a korsójában.
- Tudor korsója csak két literrel nagyobb, mint Vidoré.
- Kuka egyedül annyi vizet hoz, mint Szundi és Vidor együttvéve.
- Ha Tudor és Kuka együtt mennek vízért, akkor annyi vizet hoznak, mint Morgó, Hapci és Vidor együttvéve.

Mennyi vizet hoz el együtt Hapci és Kuka? (*M. Petrová*)

**Z7 – I – 2**

Az ábrán az $ABCD$ négyzetben négy egybevágó egyenlőszárú háromszög látható szürkére festve: $ABE$, $BCF$, $CDG$ és $DAH$. Az $ABCD$ négyzet oldalai képezik az egyenlőszárú háromszögek alapjait. Tudjuk, hogy az $ABCD$ négyzet szürke részeinek területe együttvéve ugyanannyi, mint a négyzet fehér részének területe. Tudjuk továbbá, hogy $|HF| = 12\,\text{cm}$. Határozzátok meg az $ABCD$ négyzet oldalhosszát! (*L. Šimůnek*)




**Z7 – I – 3**

Hét közvetlenül egymás után következő egész szám állt egy sorban a legkisebbtől a legnagyobbig. Egy idő elteltével unatkozni kezdtek, hát helyet cserélt az első és az utolsó. Aztán a második legnagyobb a sor legelejére ment, és végül a legnagyobb szám középre állt. Legnagyobb megelégedésére a mellette álló szám pontosan a fele volt. Melyik hét szám állhatott sorban eredetileg? (*S. Bednářová*)

**Z7 – I – 4**

Peches tanító néni három változatban készített felmérő dolgozatot az osztálya számára. Mindegyik változatban egy hasáb három éle volt megadva centiméterekben, és a feladat a hasáb térfogatának kiszámítása volt. Mivel a feladatokat nem számította ki előre, nem sejtette, hogy mindhárom változatban ugyanaz az eredmény jön ki. A feladatokban ezek az élhosszak szerepeltek: 12, 18, 20, 24, 30, 33 és 70. A kilenc élhossz közül, amelyeket Peches tanító néni megadott, most csak ezt a hetet árultuk el, és azt sem áruljuk el, hogy melyek tartoznak ugyanabba a feladatba. Sikerül kitalálnotok ennek ellenére a két kimaradt él hosszát? (*L. Šimůnek*)

### Z7 – I – 5

Egy háromszög egyik belső szöge $50°$-os. Mekkora szöget zár be a háromszög másik két belső szögének szögfelezője? (*L. Hozová*)

### Z7 – I – 6

Keressük meg azt a hatjegyű számkódot, amelyről tudjuk, hogy:

- Egyetlen számjegy sem ismétlődik benne.
- Tartalmaz 0-t is, de nem az utolsó előtti helyen.
- Ha leírjuk, sehol nincs benne két egymás mellett álló páros, sem egymás mellett álló páratlan számjegy.
- A szomszédos számjegyek különbsége legalább 3.
- Ha a számkódot három kétjegyű számra osztjuk, akkor az első és a második kétjegyű szám is a harmadik (tehát utolsó) kétjegyű szám többszöröse.

(*M. Volfová*)

# MATEMATIKA OLIMPIA

## 61-ik évfolyam 2011/2012-es tanév Házi forduló

*******************************************************************************

## Z8 KATEGÓRIA

### Z8 – I – 1

A levelező matematikaverseny három fordulóban folyik, egyre fokozódó elvárásokkal. A második fordulóba csak azok a megoldók jutnak tovább, akik az első fordulóban sikeresek voltak, a harmadik fordulóba csak a második forduló sikeres megoldói jutnak. Mindenki, aki a harmadik, tehát utolsó forduló feladatait is sikeresen megoldja, győztes lesz. A verseny legutóbbi évfolyamában a versenyzők pontosan 14 %-a volt sikeres az első fordulóban, a második forduló versenyzőinek pontosan 25 %-a jutott tovább a harmadik fordulóba, és a harmadik forduló versenyzőinek pontosan 8 %-a lett győztes. Mennyi az a legkevesebb számú versenyző, akik részt vehettek az első fordulóban? Mennyi lett volna ebben az esetben a győztesek száma? (*M. Petrová*)

### Z8 – I – 2

Adott az $ABC$ egyenlőszárú háromszög, melynek $AB$ alapja 10 cm hosszú és szárainak hossza 20 cm. $S$ az $AB$ alap középpontja. Osszátok az $ABC$ háromszöget négy $S$ ponton áthaladó egyenessel öt egyenlő területű részre! Határozzátok meg milyen hosszú szakaszokat vágnak ki ezek az egyenesek az $ABC$ háromszög száraiból! (*E. Trojáková*)

### Z8 – I – 3

Olyan ötjegyű számot keresünk, amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik: palindrom (vagyis balról olvasva és jobbról olvasva is ugyanaz), osztható 12-vel és a számjegyei közül a 2 közvetlenül a 4 után áll. Határozzátok meg az összes lehetséges számot, amely eleget tesz ezeknek a feltételeknek! (*M. Mach*)

### Z8 – I – 4

A fazekaskorong közepére egy kockát helyeztünk, amelynek minden lapjára egy természetes szám volt írva. Közvetlenül a korong megforgatása előtt a mi megfigyelőpontunkból a kocka három lapja, tehát három szám volt látható. Ezek összege 42 volt. Miután a korongot 90°-kal elforgattuk, ugyanabból a megfigyelőpontból a kocka olyan három lapját láttuk, amelyeken a számok összege 34 volt, majd újabb 90°-os forgatás után 53 összegű három számot láttunk.

1. Határozzátok meg annak a három számnak az összegét, amelyeket a korong újabb 90°-os elforgatása után látunk megfigyelőpontunkból.
2. A kocka végig a 6-os számmal jelölt lapon állt. Határozzátok meg a kockára írt hat szám legnagyobb lehetséges összegét. (*L. Šimůnek*)

### Z8 – I – 5

Három testvér, Pankrác, Szervác ill. Bonifác $P$, $S$ ill. $B$ évesek. Tudjuk, hogy $P$, $S$ és $B$ is 16-nál kisebb természetes számok, amelyekre érvényes:

$$P = \frac{5}{2}(B - S),$$
$$S = 2(B - P),$$
$$B = 8(S - P).$$

Határozzátok meg mindhárom testvér korát! (*L. Hozová*)

### Z8 – I – 6

Janka egy 22 cm kerületű téglalapot rajzolt, amelynek oldalhosszai centiméterekben kifejezve egész számok. Ezután a téglalapot maradék nélkül három téglalapra osztotta, melyek közül az egyik méretei 2 cm × 6 cm. A három új téglalap kerületének összege 18 cm-rel több, mint az eredeti téglalap kerülete. Milyen méretei lehettek az eredeti téglalapnak? Keressétek meg az összes megoldást! (*M. Dillingerová*)

# M A T E M A T I K A   O L I M P I A

## 61-ik évfolyam   2011/2012-es tanév   Házi forduló

****************************************************************************************

## Z9 KATEGÓRIA

### Z9 – I – 1

Egy galériában a pénztárosnő az egyes látogatóknak olyan sorszámú belépőjegyet ad, ahányadikként aznap érkeztek. Az első látogató jegyén 1-es, a másodikén 2-es szerepel, és így tovább. Napközben elfogyott a sárga papír, amire a jegyeket nyomtatták, ezért a pénztárosnő piros papíron folytatta a belépőjegyek nyomtatását. Az egész nap alatt ugyanannyi sárga jegyet adott el, mint pirosat. Este észrevette, hogy a sárga belépőjegyeken lévő számok összege 1681-gyel kisebb, mint a piros jegyeken lévő számok összege. Hány belépőjegyet adott el ezen a napon? (*M. Mach*)

### Z9 – I – 2

Filoména mobiltelefonján így helyezkednek el a számok:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
| | 0 | |

Legjobb barátnője, Klári kilencjegyű telefonszáma ilyen tulajdonságú:

- Klári telefonszámának minden számjegye különböző.
- Az első négy számjegy nagyság szerinti sorrendben követi egymást a legkisebbtől a legnagyobbig, és a nyomógombjaik középpontjai négyzetet képeznek.
- Az utolsó négy számjegy nyomógombjainak középpontjai szintén négyzetet képeznek.
- A telefonszám osztható hárommal és öttel is.

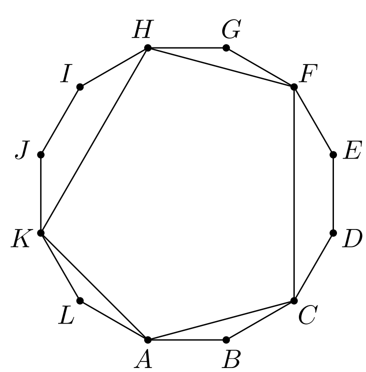
Hány különböző kilencjegyű szám lehetne Klári telefonszáma? (*K. Pazourek*)

### Z9 – I – 3

Aléna a mókusokat figyelte a kertben, ahol ez a három fa volt: lucfenyő, bükk és jegenyefenyő. A mókusok nyugodtan ültek a fákon, így könnyen megszámolhatta őket, 34 volt. Amikor 7 mókus átugrott a lucfenyőről a bükkre, akkor a bükkfán ugyanannyi mókus lett, mint a két fenyőn együttvéve. Aztán még átugrott 5 mókus a jegenyefenyőről a bükkre, ekkor meg a jegenyefenyőn lett ugyanannyi mókus, mint a lucfenyőn. A bükkfán ekkor már kétszer annyi mókus volt, mint a legelején a jegenyefenyőn. Hány mókus ült eredetileg az egyes fákon? (*M. Mach*)

### Z9 – I – 4

Határozzuk meg az $ACFHK$ ötszög kerületét a 6 cm sugarú körbe írt $ABCDEFGHIJKL$ szabályos tizenkétszögben! (*K. Pazourek*)



## Z9 – I – 5

A karácsonyi koncert előtt a diákok 60 saját készítésű ajándéktárgyat kínáltak eladásra. A vételárat minden vevő maga határozhatta meg és az egész bevételt jótékonysági célra fordították. A koncert kezdetekor a diákok kiszámították, hogy átlagban egy eladott ajándéktárgyra hány cent bevétel esik, és egész számot kaptak. Mivel nem adták el mind a 60 terméket, a koncert után tovább kínálták őket eladásra. A koncert után még 7 tárgyat adtak el összesen 2505 centért. Ezzel az egy eladott termékre eső bevétel pontosan 130 centre nőtt. Hány ajándéktárgyat nem sikerült eladniuk? (*L. Šimůnek*)

## Z9 – I – 6

Egy téglalap alakú kertben őszibarackfa nő. Ez a fa a kert két szomszédos sarkától 5 méter és 12 méter távolságra van, miközben a két említett kertsarok közti távolság 13 méter. Tudjuk továbbá, hogy az őszibarack a kert átlóján helyezkedik el. Mekkora lehet a kert területe? (*M. Mach*)

Mintaként egy régebbi olimpiai feladat megoldását közöljük:

**Z8 – II – 1 feladat**

Adott egy olyan téglalap, melynek oldalhosszai egész számmal fejezhetők ki. Ha egyik oldalának hosszát 4-gyel növeljük, másik oldalának hosszát pedig 5-tel csökkentjük, az eredeti téglalapnál kétszer nagyobb területű téglalapot kapunk. Határozzátok meg az adott téglalap oldalhosszait! Találjátok meg az összes megoldást!

**Megoldás.** A téglalap oldalainak hosszát jelölje $a$, $b$. Az új téglalap oldalainak hossza $a+4$, $b-5$. A feladat feltétele szerint a két téglalap területére érvényes:

$$2ab = (a+4)(b-5).$$

Az egyenletet átalakítjuk:

$$ab - 4b + 5a = -20,$$

$$ab - 4b + 5a - 20 = -40.$$

Azért vonunk le 20-at, hogy az egyenlet bal oldalát szorzattá tudjuk átalakítani:

$$(a-4)(b+5) = -40.$$

A megoldást a $-40$ szám két tényezőre való bontásával kapjuk meg. Mivel érvényes $a > 0$ és $b > 0$, ezért $a - 4 > -4$, $b + 5 > 5$.

Két lehetőség van: $(-2) \cdot 20 = -40$ és $(-1) \cdot 40 = -40$.

Az első esetben olyan téglalapot kapunk, melynek oldalai $a = 2$, $b = 15$, területe $S = 30$. Az új téglalap oldalai eszerint $a' = 6$, $b' = 10$, területe pedig $S' = 60$, vagyis $S' = 2S$.

A második esetben olyan téglalapot kapunk, melynek oldalai $a = 3$, $b = 35$, területe pedig $S = 105$. Az új téglalap oldalai tehát $a' = 7$, $b' = 30$ területe pedig $S' = 210$ és megint érvényes, hogy $S' = 2S$.

A feladatnak tehát két megoldása van. Az adott téglalap oldalainak hossza vagy 2 és 15 vagy 3 és 35.

**Végezetül egy jó tanács.**

A feladatok nem könnyűek, ezért ne adjátok fel, ha mindjárt nem jöttök rá a megoldásra. Kísérletezzetek, rajzoljatok, „játszadozzatok el“ a feladattal! Néha az segít, ha valamilyen könyvben utánanéztek, és kerestek egy hasonló megoldott feladatot, de az is megtörténhet, hogy három nap múlva egyszer csak eszetekbe villan a helyes megoldás.

A versenyt a Szlovák Köztársaság Oktatási Minisztériuma a Szlovák Matematikusok és Fizikusok Egyesületével karöltve írja ki, és a Matematikai Olimpia Szlovákiai Bizottsága, járási szinten a járási bizottságok irányítják. Az iskolákban a versenyt a matematikatanárok szervezik.

Kérdéseitekkel forduljatok matematikatanárotokhoz.

Végül szeretnénk felhívni a figyelmet különböző levelező szemináriumokra, amelyek az AI és NyG diákjainak vannak szánva. Ezek a versenyek nem csak jó formái az MO-ra való felkészülésnek, hanem általában segítik tökéletesíteni a matematikai gondolkodást. Ehhez hozzájárulnak a nagyon népszerű befejező táborok a legjobb megoldók számára. Az SKMO pld. a SEZAM és SEZAMKO szemináriumokat ajánlja, amelyek JSMF Žilina égisze alatt működnek. E szemináriumok feladatai alkotásában az MO Feladatbizottságának néhány tagja is részt vesz. Az SKMO több tagja viszont együttműködik a STROM egyesületben (UPJŠ Košice helyszínnel) a MATIK és MALYNÁR szemináriumok szervezésében. Részt vehetnek a PIKOMAT szemináriumban (a P-MAT, n.o. szervezi), vagy a RIEŠKY szemináriumban (a pozsonyi Gymn. Grösslingová szervezi). Részletes információk a `sezam.sk`, `strom.sk`, `www.pikomat.sk` ill. `riesky.sk` honlapokon találhatók.

SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

**61. ROČNÍK MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY**

**Leták kategórií Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – domáce kolo**

Autori úloh: PaedDr. Svetlana Bednářová, PhD., RNDr. Monika Dillingerová, PhD., doc. RNDr. Libuše Hozová, CSc., Mgr. Marie Krejčová, Martin Mach, Mgr. Karel Pazourek, Mgr. Michaela Petrová, CSc., doc. RNDr. Marta Volfová, PhD., Libor Šimůnek, Mgr. Erika Trojáková

| | |
|---|---|
| Prekladatelia: | doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc., doc. RNDr. Mária Kmeťová, PhD. |
| Redakčná úprava: | Mgr. Peter Novotný, PhD. |
| Vydal: | IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2011 |