Mezinárodní korespondenční seminář

Medzinárodný korešpondenčný seminár

web: *www.kms.sk/iks* e-mail: *iks@kms.sk*

Milý příteli !

Vítej mezi námi! iKS je nový korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (*mks.mff.cuni.cz*) a Korešpondenčného matematického seminára (*www.kms.sk*). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři MKS (liché série) a KMS (sudé série) – **doručovací adresa se tedy střídá**; bude vždy uvedena u zadání série. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které budou pokrývat čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze standardně získat 0 – 7 bodů (bodujeme pouze celými čísly), ve výjimečných případech (velmi originální řešení, zajímavé zobecnění úlohy…) může opravovatel udělit až 9 bodů.

Ostatní pravidla iKS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. *kms.sk/pravidla*. Zdůrazníme zde jen nejpodstatnější věci: každou úlohu sepisuj na **zvláštní papír A4**, v záhlaví uveď své **jméno** a **číslo úlohy**. O tom, zda jsi své řešení poslal včas, rozhoduje razítko na obálce.

Konečně, proč vlastně iKS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem** „Vyhral som iKS“! Více naleznete na *www.kms.sk/iks*.

Zadání 1. série

Termín odeslání: 10. října 2011

Adresa pro odeslání: *Korespondenční seminář iKS*
KAM MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1
Česká republika

Úloha A1. Najděte nejmenší kladné reálné číslo t s následující vlastností: kdykoliv reálná čísla a, b, c, d splňují $a+b+c+d=6$ a $a^2+b^2+c^2+d^2=10$, lze z těchto čísel vybrat dvě, jejichž rozdíl je v absolutní hodnotě nejvýše t.

Úloha C1. *Mixáží* neuspořádané n-tice celých čísel[1] rozumíme neuspořádanou $\binom{n}{2}$-tici součtů všech dvojic prvků původní n-tice. Ukažte, že pokud mají dvě různé n-tice stejnou mixáž, pak n je mocnina dvojky. Pro každou mocninu dvojky také nalezněte příklad odpovídajících různých n-tic.

Úloha G1. Je dán tětivový čtyřúhelník $ABCD$. Sestrojme středy všech kružnic připsaných trojúhelníkům ABC, BCD, CDA, DAB (tedy celkem 12 bodů). Dokažte, že všechny tyto body leží na obvodu jednoho obdélníka nebo čtverce.

Úloha N1. Řekneme, že přirozené číslo je *prvoliché*, pokud je součinem lichého počtu (ne nutně různých) prvočísel. O čísle, které není prvoliché, řekneme, že je *prvosudé*. Dokažte, že existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n takových, že čísla n a $n+1$ jsou obě

(a) prvosudá,

(b) prvolichá.

[1] V n-tici se na rozdíl od množiny mohou čísla opakovat.

Návratka s kontaktními údaji

Pošli prosím vyplněné spolu s první sérií!

Jméno:* Příjmení:*

Zpáteční adresa:*

Škola:*

E-mail:

*Nezbytný údaj