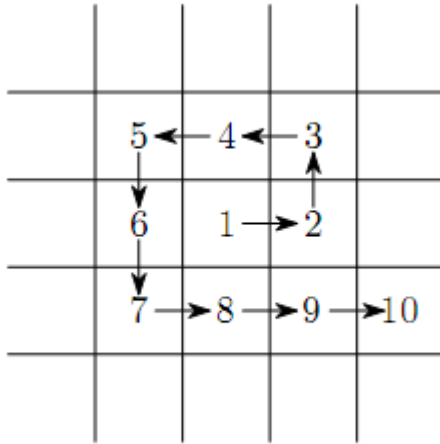


KATEGÓRIA Z5

Z5–I–1

Húsenica Leona spadla doprostred štvorcovej siete. Rozhodla sa, že polezie „do špirály“ tak, ako je naznačené na obrázku; na žiadnom štvorčeku nebude dvakrát a žiaden štvorček nevynechá.



Z prvého štvorčeka na druhý liezla smerom na východ, z druhého na tretí smerom na sever, z tretieho na štvrtý smerom na západ, zo štvrtého na piaty tiež na západ, z piateho na šiesty na juh. . . Ktorým smerom liezla z 81. na 82. štvorček?

(M. Petrová)

Riešenie:

Celú situáciu si môžeme predstaviť tak, že húsenica Leona oblieza štvorce. Budeme sledovať, na ktorom políčku takého štvorca skončí a koľkými štvorčekmi už preliezla. Dôležité je zistiť, ktorý z týchto štvorcov obsahuje 81. štvorček.

1. kolo: Štvorček s číslom 1 oblezie Leona dokola. Tým prelezie cez 8 štvorčekov a celkovo už bola na 9 štvorčekoch tvoriacich väčší štvorec 3x3. Nachádza sa juhovýchodne od štvorčeka s číslom 1 a lezie ďalej na východ.

2. kolo: Teraz oblezie dokola štvorec 3x3. To znamená že lezie po okrajových štvorčekoch štvorca 5x5. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $5 \cdot 5 = 25$ štvorčekov a opäť bude pokračovať východným smerom.

3. kolo: Veľký štvorec sa opäť zväčší. Čiže bude sa pohybovať po okrajových políčkach štvorca 7x7. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $7 \cdot 7 = 49$ štvorčekov a opäť bude pokračovať východným smerom.

4. kolo: Veľký štvorec sa opäť zväčší. Čiže bude sa pohybovať po okrajových políčkach štvorca 9x9. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $9 \cdot 9 = 81$ štvorčekov. Ďalší jej pohyb z 81. na 82. štvorček by bol východným smerom.

Diskusiu začnime od jednotiek. $4L = * 4$, ($* \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$) to je možné iba pre $L = 1$ alebo $L = 6$.

Keby $L = 1$, tak $3E = * 3$. To je možné iba pre $E = 1$, ale dve rôzne písmená majú predstavovať dve rôzne čísla.

Teda $L = 6$. Potom $3E + 2 = * 3$, čiže $3E = * 1$. To je možné iba pre $E = 7$. Ďalej $2S + 2 = * 0$, čiže $2S = * 8$. To je možné, ak $S = 4$ alebo $S = 9$.

Ak $S = 4$, tak $O = 9$. Ak $S = 9$, tak $O = 8$

$$\begin{array}{r} 9476 \\ 476 \\ 76 \\ \underline{6} \\ 10034 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8976 \\ 976 \\ 76 \\ \underline{6} \\ 10034 \end{array}$$

Z5-I-4

Nina dostala od pani učiteľky nasledujúce kartičky:



Má z nich zostaviť príklad pre svojich spolužiakov, pričom každú kartičku použije práve raz. Pomôž Nine a zostav jeden taký príklad tak, aby každé delenie vyšlo bezo zvyšku. Aký bude výsledok?

(M. Petrová)

Riešenie:

Príklad musí začínať kartičkou s číslom 17. Preto nesmie byť na druhom mieste kartička s delením. Môžeme postupne skúšať všetky ostatné možnosti – taká tabuľka by bola veľmi rozsiahla. Tu uvedieme iba všetky možné riešenia.

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 17 | .3 | 51 | -4 | 47 | +1 | 48 | :6 | 8 | :4 | 2 |
| 17 | .3 | 51 | -4 | 47 | +1 | 48 | :4 | 12 | :6 | 2 |
| 17 | .3 | 51 | +1 | 52 | -4 | 48 | :6 | 8 | :4 | 2 |
| 17 | .3 | 51 | +1 | 52 | -4 | 48 | :4 | 12 | :6 | 2 |

Z5-I-5

Našich 84 žiakov išlo do kina. Lístok síce stál 2€, ale každý 12. žiak mal polovičnú zľavu a každý 35. vstup zdarma. Koľko stálo vstupné pre všetkých žiakov?

(M. Volfová)

Riešenie:

Keďže $84 : 12 = 7$, malo 7 žiakov polovičnú zľavu, ich lístok stál 1€. Boli to: 12., 24., 36., 48., 60., 72. a 84. lístok. Keďže $84 : 35 = 2$ (zvyšok 14), mali ďalší dvaja žiaci vstup zadarmo. Boli to 35. a 70. lístok. Spolu stály vstupenky: $7 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + (84 - 2 - 7) \cdot 2 = 7 + 75 \cdot 2 = 157$ (€).

Z5-I-6

Chlapci našli starý plán mýnového poľa (obrázok). Čísla sú na políčkach, kde žiadne míny nie sú, a udávajú počet zamínovaných susedných políčok. Urči, koľko je v poli mín spolu a kde sú. (Políčka susedia práve vtedy, keď majú spoločný vrchol alebo stranu.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 2 | | 2 |
| | 3 | | 3 | |
| 3 | | | | 3 |
| | 2 | | | |
| | | | 2 | |

(M. Volfová)

Riešenie:

Plán môžeme začať jednoznačne dopĺňať jedine od poľa s číslom 3 v prvom stĺpci alebo od poľa s číslom 2 v pravom hornom rohu. V oboch prípadoch musia byť na všetkých číslom neoznačených susedných poliach míny (ozn. *):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 2 | * | 2 |
| * | 3 | | 3 | * |
| 3 | * | | | 3 |
| * | 2 | | | |
| | | | 2 | |

Postupne doplníme na miesta mín * a na miesta, kde míny nesmú byť –.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | | 3 | * |
| 3 | * | | | 3 |
| * | 2 | | | |
| | | | 2 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | | 3 | * |
| 3 | * | – | | 3 |
| * | 2 | – | | |
| – | – | – | 2 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | * | 3 | * |
| 3 | * | – | | 3 |
| * | 2 | – | | |
| – | – | – | 2 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | * | 3 | * |
| 3 | * | – | – | 3 |
| * | 2 | – | | |
| – | – | – | 2 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | * | 3 | * |
| 3 | * | – | – | 3 |
| * | 2 | – | * | * |
| – | – | – | 2 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 2 | * | 2 |
| * | 3 | * | 3 | * |
| 3 | * | – | – | 3 |
| * | 2 | – | * | * |
| – | – | – | 2 | – |

Výsledné rozmiestnenie mín je na obrázku:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | * | |
| * | | * | | * |
| | * | | | |
| * | | | * | * |
| | | | | |