

KATEGÓRIA Z4

Z4-I-1

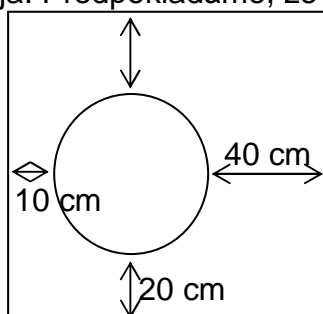
Na stole so štvorcovou doskou o strane 1 m bola „trochu nakrivo“ umiestnená kruhová dečka. Od najbližšej strany dosky stola bol jej kraj vzdialený 10 cm, od susednej strany potom 20 cm a od najvzdialenejšej strany 40 cm.

- Ako ďaleko bol okraj dečky od štvrtej strany dosky stola?
- Aký polomer mala dečka?

S. Bednářová

Riešenie:

Najdôležitejšia je myšlienka „rozprestretia“ dečky na stôl a uvedomenia si, čo je vzdialenosť od okraja. Predpokladáme, že si žiaci nakreslia nasledujúci obrázok:



Dĺžka hrany stola je 100 cm. Vo vodorovnom smere máme rozmery 10 cm, 40 cm a priemer dečky. Preto priemer dečky bude $100 - 10 - 40 = 50$ [cm]. Vo zvislom smere máme na obrázku 20 cm, priemer dečky a neznámy rozmer. Z obrázka vyjadria, že posledný neznámy rozmer musí byť 30 cm. $100 - 20 - 50 = 30$ [cm].

Od štvrtej strany stola je dečka vzdialená 30 cm.

Z4-I-2

Jožo Nudilsa sa zabával tým, že písal za sebou postupne prirodzené čísla. Začal jednotkou: 1234567891011... Po čase ho to prestalo baviť a kriticky sa pozrel na svoj výtvar. Zistil, že v postupnosti čísl, ktoré napísal, sa vyskytujú iba raz tri päťky priamo za sebou.

- Najmenej koľko za sebou idúcich prirodzených čísel napísal Jožo?
- Najmenej koľko čísl napísal Jožo?

S. Bednářová

Riešenie:

Päťky za sebou sú v čísle 55, 555 a pod. Ak napíšeme číslo 55 a hneď za ním 56, dostaneme 3 päťky za sebou. Skôr sa 3 päťky nevyskytovali, lebo päťka sa (pred 55) vyskytuje v číslach: 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54. Tieto čísla pripisovaním za predchodcu a dopisovaním nasledujúceho čísla počet päťiek priamo za sebou nezväčšia. Takže Fero mohol skončiť už číslom 56.

- Jožo napísal najmenej 56 čísel.
- Jožo napísal najmenej $9 + (56 - 9) \cdot 2 = 9 + 47 \cdot 2 = 103$ čísl.

Poznámka: Ak žiak napíše, že Jožo posledné číslo nenapísal celé – z čísla 56 napísal iba päťku, takže napísal najmenej 102 čísl, uznajte riešenie ako správne.

Z4-I-3

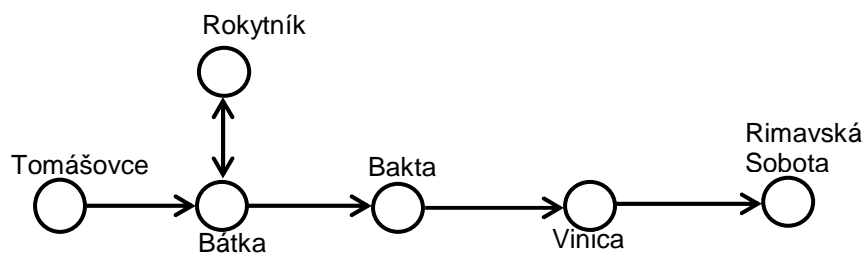
Bývam v Tomášovciach, ale pracujem v Rimavskej Sobote. Autobus, ktorým do práce cestujem, má nasledujúce zastávky (v uvedenom poradí): Tomášovce, Bátka, Rokytník, Baktá, Vinica, Rimavská Sobota.

Z Bátky do Rimavskej Soboty cez Baktu a Vinicu je to po ceste asi 11 km, z Rokytníka cez Baktu a Baktu do Vinice 12 km, z Bátky cez Baktu do Vinice 9 km. Z Tomášoviec do Bátky je to rovnako ďaleko ako z Vinice do Rimavskej Soboty.

- Koľko km prejde autobus z Tomášoviec do Rimavskej Soboty touto trasou?
- Koľko km by to bolo z Tomášoviec do Rimavskej Soboty, keby autobus nezachádzal do Rokytníka?

S. Bednářová

Riešenie:

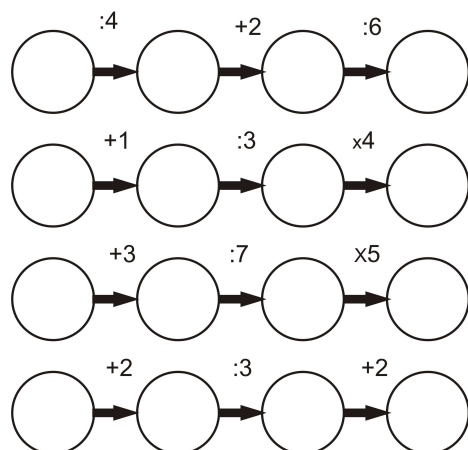


Na obrázku je schéma cesty autobusu. Z Rokytníka do Vinice je 12 km, ale z Bátky do Vinice 9 km. Preto je z Rokytníka do Bátky 3 km. Z Bátky do Rimavskej Soboty je 11 km ale z Bátky do Vinice iba 9 km, preto z Vinice do Rimavskej Soboty je 2 km a z Tomášoviec do Bátky tiež 2 km.

- Z Tomášoviec do Rimavskej Soboty potom bude: $2 + 3 + 3 + 9 + 2 = 19$ (km)
- Keby autobus nezachádzal do Rokytníka bola by cesta o 6 km kratšia, mala by teda 13 km.

Z4-I-4

Doplň do prázdnych políček prirodzené čísla od 1 do 16 (každé číslo môžeš použiť len raz) tak, aby platili matematické vzťahy.



M. Smítková

Riešenie:

Z čísel od 1 do 16 sa 4 dajú deliť 4, 8, 12, 16. Teda prvé číslo v prvom riadku môže byť len jedno z uvedených. Môžeme začať postupne skúšať:

- | | |
|--|---------------|
| $4 : 4 = 1 \rightarrow 1 + 2 = 3 \rightarrow 3 : 6$ | 4 nevyhovuje |
| $8 : 4 = 2 \rightarrow 2 + 2 = 4 \rightarrow 4 : 6$ | 8 nevyhovuje |
| $12 : 4 = 3 \rightarrow 3 + 2 = 5 \rightarrow 5 : 6$ | 12 nevyhovuje |

$16 : 4 = 4 \rightarrow 4 + 2 = 6 \rightarrow 6 : 6 = 1$ 16 vyhovuje

Použili sme čísla **16, 4, 6, 1**.

Teraz skúsime doplniť čísla **do druhého riadku**. Na konci máme násobenie 4. Teda posledné doplnené číslo bude násobok 4 a to môže byť už iba 8 alebo 12. Budeme dopĺňať odzadu.

$8 : 4 = 2 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow 6 - 1 = 5$ nevyhovuje, lebo číslo 6 sme použili v prvom riadku.

$12 : 4 = 3 \rightarrow 3 \cdot 3 = 9 \rightarrow 9 - 1 = 8$

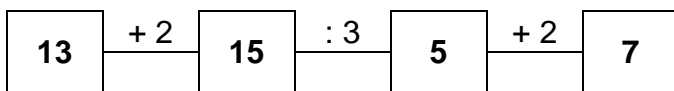
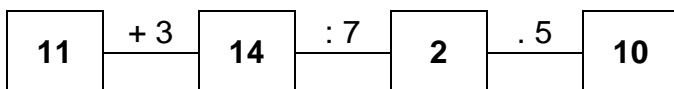
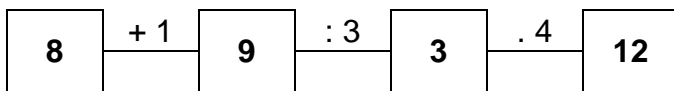
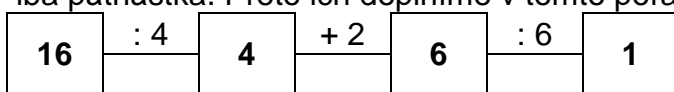
Použili sme čísla **8, 9, 3, 12**.

Pozrime sa na **tretí riadok**, tam je delenie 7. Siedmimi sa dá deliť iba 7 a 14. Riadok musí začínať číslom o 3 menším, teda 4 alebo 11. Štvorku už sme použili, teda tretí riadok začne číslom 11.

$11 + 3 = 14 \rightarrow 14 : 7 = 2 \rightarrow 2 \cdot 5 = 10$

Použili sme čísla **11, 14, 2, 10**.

Doplníme ešte čísla **do štvrtého riadka**. Ostali čísla 5, 7, 13, 15. Deliteľná trojka je iba pätnásťka. Preto ich doplníme v tomto poradí: **13, 15, 5, 7**.



Z4-I-5

Paľko s Radkou si kupujú spolu cukríky. Pri poslednom nákupe platil Paľko 92 Sk za 5 balení z dvoch druhov cukríkov. Sám si vzal z každého druhu po jednom balení a Radka dostala jedno balenie gumených a dve balenia čokoládových cukríkov. Jej nákup bol tak o 20 Sk drahší ako Paľkov.

a) Koľko korún má za nákup dať Radka Paľkovi?

b) Koľko stojí jedno balenie gumených cukríkov?

M. Dillingerová

Riešenie:

Radka dostala o jedno balenie čokoládových cukríkov viac ako Paľko. Takže toto balenie musí stáť 20 Sk. Ak Paľko kúpil 3 balenia čokoládových a 2 balenia gumených, tak gumené cukríky museli spolu stáť:

$$96 - 3 \cdot 20 = 96 - 60 = 36 \text{ Sk.}$$

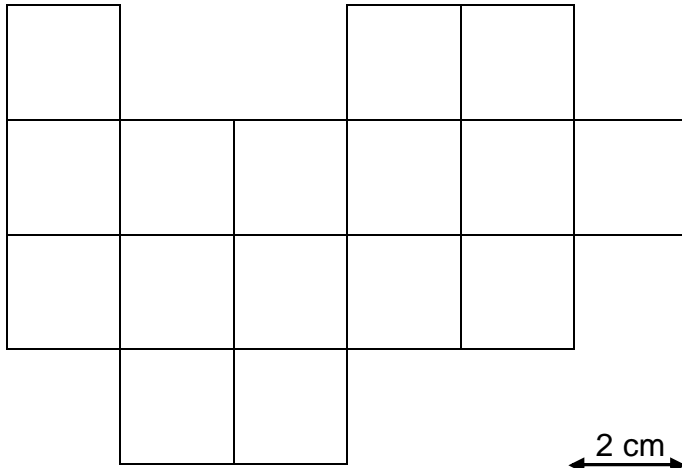
Ak dva balíčky gumených cukríkov stoja 36 Sk, tak jeden balíček stojí $36 : 2 = 18$ Sk.

a) Radka má dať Paľkovi $2 \cdot 20 + 18 = 40 + 18 = 58$ Sk.

b) Jedno balenie gumených cukríkov stojí 18 Sk.

Z4-I-6

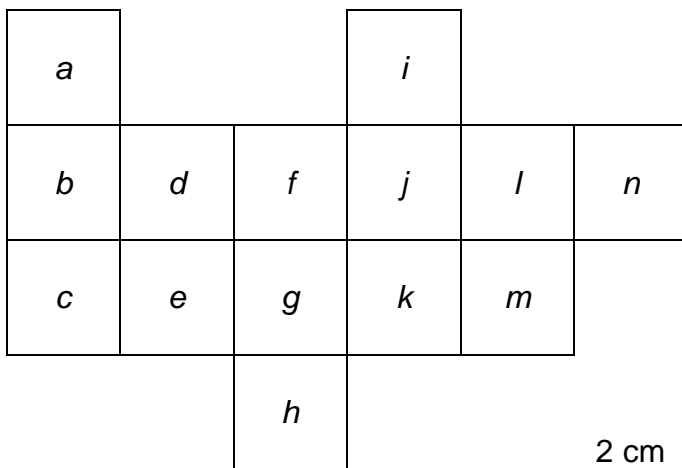
Danko si zo štvorčekovej siete vystrihol útvar ako na obrázku:



Odstrihni dva štvorčeky siete tak, aby sa výsledný útvar nerozpadol a aby mal čo najväčší obvod. Nájdi dve riešenia.

M. Dillingerová

Možné riešenie: Označme jednotlivé štvorčeky písmenami *a* až *n*:



Aby bol obvod nového útvaru najväčší možný, sústredíme sa iba na štvorčeky, ktoré v pôvodnom útware susedia s čo najviac štvorčkami. Súčasne musí po odstrihnutí každého štvorčeku zostať výsledný útvar pohromade. Za týchto požiadaviek môžu byť odstrihnuté iba štvorčeky *d, e, f, k*.

Dvojice štvorčekov (*d, e*), (*e, f*) a (*f, k*) odstrihnúť nemôžeme, pretože by sa útvar rozpadol. Odstrihnutím

dvojice (*d, f*) sa zväčší obvod útvaru o $2 \cdot 2 = 4$ (cm) a odstrihnutím (*d, k*) alebo (*e, k*) sa zväčší o $4 \cdot 2 = 8$ (cm). Pretože sme vyčerpali všetky možnosti, posledné dve varianty predstavujú riešenie úlohy, viď obrázky.

