
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh krajského kola kategórie B

1 Nech a a b , kde $a > b$, sú kladné celé čísla, ktorých súčet je osemnásobkom ich najväčšieho spoločného deliteľa. Dokážte, že číslo $a^2 - b^2$ alebo jeho trojnásobok je druhou mocninou celého čísla.

2 Predpokladajme, že reálne čísla x, y, z spĺňajú nerovnosť

$$(x + y + z)^2 > 2(x^2 + y^2 + z^2).$$

Dokážte, že čísla x, y, z sú buď všetky kladné, alebo všetky záporné.

3 Na stranách AB a BC daného trojuholníka ABC ležia postupne také body D a E , že $|BD| = |DC| = |CA|$ a $|EC| = |ED|$. Dokážte, že $|AE| = |BE|$.

4 Koľko 33-ciferných čísel deliteľných 3 neobsahuje vo svojom zápise cifru 3? Výsledok zapíšte v tvare súčinu mocnín prvočísel.

Krajské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 4. apríla 2023** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
