
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh krajského kola kategórie B (maďarská verzia)

1 Legyenek a és b (ahol $a > b$) olyan pozitív egész számok, melyeknek összege a legnagyobb közös osztójuk nyolcszorosa. Bizonyítsd be, hogy vagy az $a^2 - b^2$, vagy ennek háromszorosa négyzetszám!

2 Vegyük azokat az x, y, z valós számokat, amelyek kielégítik az

$$(x + y + z)^2 > 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

egyenlőtlenséget. Bizonyítsd be, hogy ekkor az x, y, z számok vagy mind pozitívak, vagy mind negatívak!

3 Az adott ABC háromszög AB és BC oldalain rendre vegyük fel azokat a D és E pontokat, amelyekre $|BD| = |DC| = |CA|$ és $|EC| = |ED|$. Bizonyítsd be, hogy $|AE| = |BE|$.

4 Hány olyan hárommal osztható 33-jegyű szám van, amely nem tartalmazza a 3-as számjegyet? Az eredményt prímszorzatok szorzataként írd fel!

Krajské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 4. apríla 2023** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
