2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie B*

(*Súťaž sa konala vo štvrtok 26. januára 2012.*)

1. V obore celých čísel vyriešte rovnicu

$$x^2 + y^2 + x + y = 4.$$

(*Jaroslav Švrček*)

2. Daný je pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C. Nech F je päta výšky z vrcholu C na preponu AB. Na kolmiciach na priamku AB, ktoré prechádzajú vrcholmi A a B, sú v polrovine opačnej k polrovine ABC zvolené postupne body D a E, pre ktoré platí $|AF| = |AD|$ a $|BF| = |BE|$. Označme ďalej R stred úsečky DE. Dokážte, že platí nerovnosť $|RF| \geqq |CF|$ a zistite, kedy nastane rovnosť.

(*Jaroslav Švrček*)

3. V istom meste majú vybudovanú súvislú sieť na šírenie klebiet (klebety od ľubovoľného klebetníka a ľubovoľnej klebetnice sa môžu dostať ku všetkým ostatným). V nej si každý klebetník vymieňa informácie s dvoma klebetnicami a každá klebetnica si vymieňa informácie s troma klebetníkmi. Predpokladajme, že v uvedenej sieti sa nájde taký muž aj taká žena, že po prípadnom odsťahovaní ktorejkoľvek z týchto dvoch osôb prestane byť sieť súvislou. Nájdite najmenší možný počet členov tejto siete.

(*Pavel Calábek*)