

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

## Zadania úloh krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

---

1 Az 1-től 9-ig terjedő természetes számok mindegyikét pontosan egyszer használva kitöltünk egy  $3 \times 3$ -as táblázatot. Ezután kiszámítjuk mind a négy  $2 \times 2$ -es négyzetes táblázatban a négy szám összegét és a keletkezett négy összeget növekvő sorrendben leírjuk. Döntsd el, hogy megkaphatjuk-e így módon a következő sorozatokat:

a) (24, 24, 25, 25),

b) (20, 23, 26, 29).

2 Határozd meg az összes olyan pozitív egész számokból álló  $(k, n)$  számpárt amelyre léteznek olyan pozitív egész  $a, b$  számok, hogy fennálljon a

$$D(a + k, b) = n \cdot D(a, b)$$

egyenlőség, ahol  $D(x, y)$  a pozitív egész  $x$  és  $y$  számok legnagyobb közös osztóját jelöli.

3 Jelölje  $k$  az adott hegyesszögű  $ABC$  háromszög köré írt körvonalat. Legyen  $P$  az  $A$  csúcsot nem tartalmazó,  $k$  körvonalon fekvő  $BC$  körívének egy belső pontja. Jelölje  $Q$  az  $AP$  és  $BC$  szakaszok metszéspontját, továbbá  $U$ , ill.  $V$  rendre a  $BPQ$  ill.  $CPQ$  háromszögek köréírt köreinek középpontját. Bizonyítsd be, hogy ha az  $UV$  egyenes átmegy az  $ABC$  háromszög valamelyik csúcsán, akkor az  $U$  és  $V$  pontok valamelyike a  $k$  körvonalra illeszkedik!

4 A  $[4, 10]$  zárt intervallumból vett 74 (nem feltétlenül különböző) szám összege 356. Határozd meg legfeljebb mennyi lehet ezen számok négyzeteinek összege!

---

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 16. januára 2024** od **8:30** do **12:30**. Sútážiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže

---