
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

1 Deti dostali úlohu s piatimi prázdnyimi políčkami:

$$\square \cdot \square - \square : (\square + \square) = ?$$

Do každého políčka mali vpísať jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby každé číslo použili iba raz a aby delenie vychádzalo bezo zvyšku.

Nájdite všetky výsledky, ktoré mohli deti dostať.

(Michaela Petrová)

Riešenie:

Delencami môžu byť jedine dané čísla, teda čísla od 1 do 5. Deliteľmi môžu byť jedine súčty daných čísel, teda čísla od 3 do 9. Delenie bezo zvyšku je možné uvedeným spôsobom zostaviť jedine takto:

$$3 : (1 + 2), \quad 4 : (1 + 3), \quad 5 : (1 + 4), \quad 5 : (2 + 3).$$

Poradie sčítancov v zátvorkách nie je podstatné, vo všetkých prípadoch je podiel 1.

Doplnenie zvyšných dvoch čísel do zvyšných dvoch políčok dáva nasledujúce riešenia úlohy:

$$4 \cdot 5 - 3 : (1 + 2) = 19,$$

$$2 \cdot 5 - 4 : (1 + 3) = 9,$$

$$2 \cdot 3 - 5 : (1 + 4) = 5,$$

$$1 \cdot 4 - 5 : (2 + 3) = 3.$$

Poradie činiteľov nie je podstatné. Deti teda mohli dostať výsledky 19, 9, 5, 3.

Pokyny:

Po 1 bode za každé správne doplnenie s výsledkom; 2 body za úplnosť komentára.

2 Albert, Ben, Cyril, Daniel, Erik, Filip a Gabriel vstúpili v tomto poradí po jednom za sebou do jaskyne so sto dverami. Svoje poradie menia len pri prechode dverami, a to takto: Prvý zo zástupu otvorí dvere, podrží ich všetkým ostatným a potom sa zarád na koniec. Prvé dvere teda otvára Albert, druhé Ben a tak ďalej.

Kto otvorí sté dvere?

(Karel Pazourek)

Riešenie:

Namiesto mien jaskyniarov budeme písať len ich iniciálky. Ich poradie sa postupne mení takto:

vstup: A, B, C, D, E, F, G
1. dvere: B, C, D, E, F, G, A
2. dvere: C, D, E, F, G, A, B
3. dvere: D, E, F, G, A, B, C
4. dvere: E, F, G, A, B, C, D
5. dvere: F, G, A, B, C, D, E
6. dvere: G, A, B, C, D, E, F
7. dvere: A, B, C, D, E, F, G
8. dvere: B, C, D, E, F, G, A
9. dvere: C, D, E, F, G, A, B
:
14. dvere: A, B, C, D, E, F, G
15. dvere: B, C, D, E, F, G, A
16. dvere: C, D, E, F, G, A, B
:
:

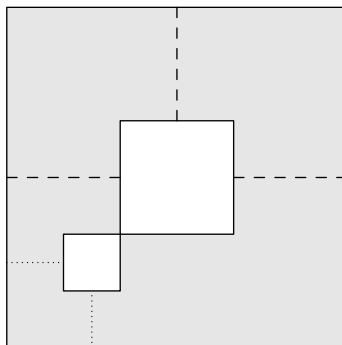
V každých siedmych dverách je ich poradie rovnaké.

Najbližší násobok 7 menší ako 100 je 98 ($7 \cdot 14 = 98$). Teda 98. dverami (rovnako ako 7., 14. atď.) prechádzajú jaskyniari v pôvodnom poradí. Ďalšie, 99. dvere (rovnako ako 1., 8., 15. atď.) otvára Adam. Posledné, 100. dvere (rovnako ako 2., 9., 16. atď.) otvára Ben.

Pokyny:

2 body za pozorovanie, že poradie jaskyniarov sa opakuje s periódou zodpovedajúcou ich počtu; 2 body za odhalenie pôvodného poradia v 98. dverách; 2 body za doriešenie úlohy.

- 3 Na obraze sú dva biele štvorce v sivom poli. Strany obrazu a strany oboch štvorcov sú orientované vodorovne alebo zvisle:



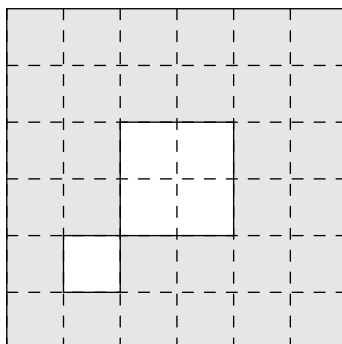
Bodkovane vyznačené vzdialenosti menšieho štvorca od strán obrazu sú rovnaké ako veľkosť strany tohto menšieho štvorca. Čiarkovane vyznačené vzdialenosti väčšieho štvorca od strán obrazu sú rovnaké ako veľkosť strany tohto väčšieho štvorca. Obsah sivej časti obrazu je 62 cm^2 .

Určite obsah bielej časti obrazu.

(Eva Semerádová)

Riešenie:

Veľkosť (ľavej vodorovnej) čiarkovanej úsečky je rovnaká ako súčet veľkostí bodkovanej úsečky a strany menšieho štvorca. Teda veľkosť čiarkovanej úsečky je dvojnásobná vzhľadom na veľkosť bodkovanej úsečky, resp. strana väčšieho štvorca je dvojnásobná vzhľadom na stranu menšieho štvorca. Celý útvar tak možno rozdeliť na políčka zhodné s menším bielym štvorcov:



Väčší biely štvorec je tvorený 4 takými políčkami. Bielych políček je dokopy $1 + 4$ čiže 5. Všetkých políček je $6 \cdot 6$ čiže 36. Sivých políček je $36 - 5$ čiže 31.

Sivá časť má obsah 62 cm^2 , teda obsah jedného políčka je $62 \text{ cm}^2 : 31$ čiže 2 cm^2 . Bielych políček je 5, teda biela časť obrazu má obsah $5 \cdot 2 \text{ cm}^2$ čiže 10 cm^2 .

Pokyny:

1 bod za poznatok o pomere strán väčšieho a menšieho bieleho štvorca v základnom obrázku; 1 bod za rozdelenie útvaru a počty bielych a sivých políček; 2 body za obsah jedného políčka; 2 body za obsah bielej časti obrazu.

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov.

Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným.

Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Opäť upozorňujeme na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO <https://skmo.sk>. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete.

Prosíme, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X. Y. a práve traja žiaci (vrátane X. Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X. Y., tak žiakovi X. Y. patrí v poradí 6.–8. miesto, prípadne skrátené len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže