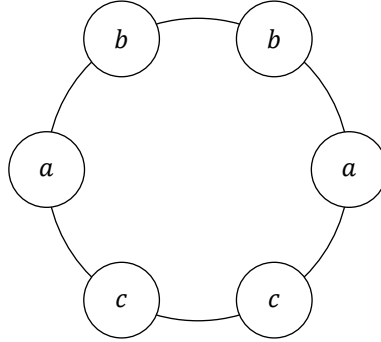

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Zadania úloh školského kola kategórie B

- 1 Kladné celé čísla a, b, c sú umiestnené do kruhu ako na obrázku, pričom každé číslo je deliteľom súčtu dvoch čísel s ním susediacich. Najviac koľko z čísel a, b, c môže byť rôznych?



- 2 Nech $ABCD$ je obdĺžnik so stredom S a dlhšou stranou AB . Kolmica na priamku BD prechádzajúca vrcholom B pretne priamku AC v bode E . Rovnobežka s priamkou BE vedená stredom S pretne stranu CD v bode F . Predpokladajme, že $|CE| = |BC|$.

- a) Určte veľkosť uhla BSC .
b) Dokážte, že $|DF| = 2|CF|$.

- 3 Pre nenulové reálne čísla a, b, c platí

$$a^2(b + c) = b^2(c + a) = c^2(a + b).$$

Určte všetky možné hodnoty výrazu

$$\frac{(a + b + c)^2}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Školské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 30. januára 2024 od 8:30 do 12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
