

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

## Zadania úloh 2. časti celoštátneho kola kategórie A

---

4 Na párty sa zišlo 10 chlapcov a 10 dievčat. Každému chlapcovi sa páči iný kladný počet dievčat. Každému dievčaťu sa páči iný kladný počet chlapcov. Určte najväčšie nezáporné celé číslo  $n$  také, že vždy je možné utvoriť aspoň  $n$  disjunktných párov, v ktorých sa obom páči ten druhý.

5 Nech  $(a_k)_{k=0}^{\infty}$  je postupnosť reálnych čísel taká, že ak  $k$  je nezáporné celé číslo, tak

$$a_{k+1} = 3a_k - [2a_k] - [a_k].$$

Určte všetky kladné celé čísla  $n$  také, že ak  $a_0 = 1/n$ , tak táto postupnosť je od istého člena konštantná.

(Pod  $[x]$  rozumieme najväčšie celé číslo, ktoré neprevyšuje číslo  $x$ .)

6 Nájdite všetky pravouhlé trojuholníky s celočíselnými dĺžkami strán, do ktorých sa dajú vpísať dve zhodné kružnice s prvočíselným polomerom také, že majú vonkajší dotyk, obe sa dotýkajú prepony a každá z ich sa dotýka inej odvesny.

---

2. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **utorok 19. marca 2024** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

---

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže

---