
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z7

- 1 Deti hádzali klasickou hracou kockou s číslami od 1 do 6. Keď padlo párne číslo, tak zatlieskali. Keď padlo číslo deliteľné tromi, tak zadupali. Keď nastali oba prípady, urobili oboje, v ostatných prípadoch nerobili nič. Počas piatich hodov deti celkom trikrát zatlieskali a trikrát zadupali. Súčet čísel, ktoré postupne padli, bol 20. Nájdite všetky možné päťice čísel, ktoré mohli padnúť, bez ohľadu na ich poradie.

(Eva Semerádová)

Riešenie:

Deti zatlieskali, keď padlo číslo 2, 4 alebo 6. Deti zadupali, keď padlo číslo 3 alebo 6.

Pretože deti dupali celkom trikrát, mohli padnúť jedine nasledujúce päťice:

- 6, 6, 6, ?, ?
- 6, 6, 3, ?, ?
- 6, 3, 3, ?, ?
- 3, 3, 3, ?, ?

kde namiesto otáznikov sú niektoré z čísel rôznych od 3 a 6.

Keďže deti tleskali celkom trikrát, boli v päťici práve tri párne čísla. Posledné z vyššie uvedených päťíc takto doplniť nemožno, zvyšné tri doplniť možno. Aby súčet čísel bol rovný 20, je doplnenie každej päťice určené jednoznačne:

- 6, 6, 6, 1, 1;
- 6, 6, 3, 4, 1;
- 6, 3, 3, 4, 4.

To sú všetky možné päťice čísel (bez ohľadu na poradie), ktoré mohli deťom padnúť.

Hodnotenie:

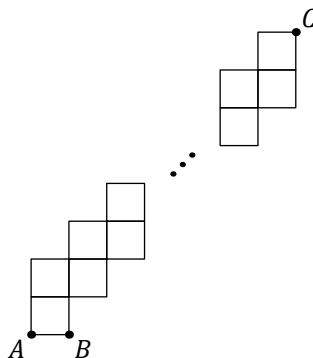
2 body za ľubovoľnú správnu päťicu a potom po 1 bode za každú ďalšiu; 2 body za úplnosť komentára.

- 2 Zo zhodných štvorcov so stranou dĺžky 1 cm je zložený útvar s nasledujúcimi vlastnosťami:

- Spodný a horný rad pozostáva z jedného štvorca.
- Ostatné rady majú po dvoch susediacich štvorcoch.
- Všetky stĺpce sú tvorené dvoma susediacimi štvorcami.
- Obvod útvaru je 178 cm.

Vrcholy spodnej strany útvaru sú označené A a B , pravý vrchol hornej strany je označený C .

Určte obsah trojuholníka ABC .



(Karel Pazourek)

Riešenie:

Potrebuje určiť počet radov útvaru, t. j. výšku trojuholníka ABC vzhľadom na stranu AB . Tento údaj je ukrytý v informácii o obvode útvaru.

Spodný aj horný rad (s jedným štvorcom) prispievajú do obvodu útvaru 3 cm, ostatné rady (s dvoma štvorcami) prispievajú 4 cm. Obvod útvaru bez príspevku spodného a horného štvorca je $178 \text{ cm} - 2 \cdot 3 \text{ cm}$ čiže 172 cm. Teda počet radov s dvoma štvorcami je $172 : 4$ čiže 43 a radov celkovo je $2 + 43$ čiže 45.

Obsah trojuholníka ABC je $\frac{1}{2} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}$ čiže $22,5 \text{ cm}^2$.

Hodnotenie:

2 body za čiastkové postrehy súvisiace s obvodom útvaru; 2 body za počet radov útvaru; 2 body za obsah trojuholníka.

3 Na pretekoch sa spolu stretlo päť detí, dievčatá Anna a Fiona a chlapci Jurko, Lukáš a Tomáš. O cieľovom poradí máme tieto informácie:

- Žiadne dve deti sa neumiestnili na rovnakom mieste.
- Priemerné umiestnenie dievčat bolo rovnaké ako priemerné umiestnenie chlapcov.
- Obe dievčatá sa umiestnili pred Tomášom.
- Jurko sa umiestnil medzi Annou a Lukášom.

Určite cieľové poradie detí.

(Erika Novotná)

Riešenie:

Z druhej informácie o priemernom umiestnení vyplýva, že dievčatá boli buď na druhom a štvrtom mieste a chlapci na prvom, treťom a piatom mieste, alebo dievčatá boli na prvom a poslednom mieste. Žiadne z dievčat však nemohlo byť posledné, a to podľa tretej informácie. Teda posledný musel byť Tomáš a dievčatá sa umiestnili na druhom a štvrtom mieste.

Odtiaľ a zo štvrtej informácie vyplýva, že Lukáš bol prvý a Anna štvrtá (aby vôbec bol medzi nimi nejaký priestor). Jurko bol teda tretí a Fiona druhá.

Cieľové poradie detí bolo:

1. Lukáš,
2. Fiona,
3. Jurko,
4. Anna,
5. Tomáš.

Hodnotenie:

2 body za zistenie, že sa striedajú dievčatá a chlapci; 2 body za cieľové poradie detí; 2 body za kvalitu komentára.
