
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Zadania úloh krajského kola kategórie C

1 Pre každé zo 6 po sebe idúcich prirodzených čísel väčších ako 1 určíme najmenšie prvočíslo, ktoré ho delí, a potom týchto 6 prvočísel sčítame. Môže nám vyjsť

- a) 23,
- b) 25?

2 Na tabuli sú napísané štyri čísla $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$. V každom kroku jedno číslo z tabule zotrieme a nahradíme ho súčinom niektorých dvoch zo zvyšných troch čísel. Zistite, či je možné postupovať tak, aby po niekoľkých krokoch boli na tabuli len celé čísla.

3 Nech $ABCD$ je obdĺžnik taký, že platí $|AB| : |BC| = 2 : 1$. Nech $KLMN$ je obdĺžnik taký, že platí $|KL| : |LM| = 3 : 1$ a body K, L, M, N ležia postupne na stranách AB, BC, CD, DA . Nech $WXYZ$ je obdĺžnik taký, že body W, X, Y, Z ležia postupne na stranách KL, LM, MN, NK a jeho strany sú rovnobežné so stranami obdĺžnika $ABCD$. Vypočítajte hodnotu $|XY| : |YZ|$.

4 Určte počet usporiadaných štvoríc (a, b, c, d) čísel z množiny $\{1, \dots, 1000\}$ takých, že

$$ab = cd,$$
$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2.$$

Krajské kolo MO kategórie C sa koná v **utorok 9. apríla 2024** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
