
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Zadania úloh krajského kola kategórie B

1 Patrik vybral dve rôzne kladné celé čísla, každé napísal na 10 kariet a všetkých 20 kariet rozmiestnil po obvode kruhu. Všimol si, že každé číslo je teraz deliteľom súčtu dvoch čísel na susedných kartách. Dokážte, že na každých dvoch susedných kartách sú rôzne čísla.

2 Reálne čísla a, b, c, d splňajú rovnosti

$$\frac{a-b}{c+d} = \frac{a-c}{b+d} = \frac{b-c}{a+d}.$$

Dokážte, že tieto zlomky majú hodnotu 0.

3 Nech $ABCD$ je lichobežník so základňami AB a CD , ktorých dĺžky sú postupne 6 a 4. Označme P stred uhlopriečky BD a E priesečník priamok AP a CD . Nech bod F je priesečník priamky BE a rovnobežky s priamkou AP prechádzajúcej vrcholom D . Dokážte, že priamka BC rozpoluje úsečku DF .

4 Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme vyplniť tabuľku 2024×2024 číslami 0 a 1 tak, aby súčty čísel v jednotlivých riadkoch boli navzájom rôzne a aj súčty čísel v jednotlivých stĺpcoch boli navzájom rôzne?

Krajské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 9. apríla 2024** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
