
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh domáceho kola kategórie A

- 1 Nech pre reálne čísla a a b majú výrazy $a^2 + b$ a $b^2 + a$ rovnakú hodnotu. Aká najmenšia môže táto hodnota byť?
(Patrik Bak)
- 2 Hracie kocky (rovnake veľkosťou aj rozmiestnením čísel) k sebe prikladáme bočnými stenami tak, aby boli uložené do tvaru štvorca ľubovoľnej veľkosti a aby vždy na dvoch priliehajúcich bočných stenách boli rovnaké čísla. Koľko najviac rôznych čísel sa môže vyskytnúť na horných stenách kociek?
(Martin Panák, Josef Tkadlec)
- 3 Nájdite najväčší počet rôznych prirodzených čísel so súčtom 2024 takých, že každé z nich okrem najmenšieho je násobkom súčtu všetkých od neho menších.
(Patrik Bak)
- 4 Nech ABC je trojuholník taký, že $|AB| = 13$, $|BC| = 14$, $|CA| = 15$. Jeho posunutím o vektor dĺžky 1 vznikne trojuholník $A'B'C'$. Určte najmenší možný obsah prieniku trojuholníkov ABC a $A'B'C'$.
(Tomáš Bárta)
- 5 Samo nastúpil na prízemí nekonečne vysokého mrakodrapu do zvláštneho výtahu. Sú v ňom tlačidlá 0, 1, 2 a tak ďalej. Po prvom stlačení tlačidla pôjde výtah nahor a po každom ďalšom pôjde vždy opačným smerom ako naposledy, pričom po stlačení tlačidla k sa posunie vždy o 2^k poschodí. Navyše každé ďalšie stlačené tlačidlo musí mať menšie číslo ako to predošlé. Dokážte, že pre ľubovoľné kladné n sa Samo môže dostať na n . poschodie práve dvoma rôznymi postupmi.
(Morteza Saghafian)
- 6 Označme J, K, L postupne stredy kružníc pripísaných stranám BC, CA, AB trojuholníka ABC . Priesečníky výšok trojuholníkov JBC, KCA, LAB označme postupne X, Y, Z . Dokážte, že trojuholníky ABC a XYZ sú zhodné.
(Michal Janík)

Termín odovzdania riešení: **3. 12. 2024**
