

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

## Zadania úloh domáceho kola kategórie C

---

- 1 Obdĺžnikový list papiera s rôznymi rozmermi  $a$  a  $b$  preložíme tak, že jeden z jeho rohov splynie s protiláhlým. Dokážte, že obsah vzniknutého päťuholníka je z intervalu  $(\frac{1}{2}ab, \frac{3}{4}ab)$ .  
(Josef Tkadlec)
- 2 Nech  $a$  a  $b$  sú prirodzené čísla také, že  $a > b$ ,  $a + b$  je deliteľné 9 a  $a - b$  je deliteľné 11.  
a) Určte najmenšiu možnú hodnotu čísla  $a + b$ .  
b) Dokážte, že čísla  $a + 10b$  a  $b + 10a$  sú deliteľné 99.  
(Jaromír Šimša)
- 3 Ktoré obdĺžniky  $a \times b$ , pričom  $a \leq b$ , sa dajú rozdeliť na štvorce  $1 \times 1$  pomocou práve 110 úsečiek jednotkovej dĺžky?  
(Josef Tkadlec)
- 4 Šachovnicovo ofarbenú tabuľku  $4 \times 4$  s čiernym ľavým horným políčkom vyplňame jednotkami a nulami. V každom štvorci  $2 \times 2$ , ktorý má čierne ľavé horné políčko, sú 2 nuly a 2 jednotky. Koľkými rôznymi spôsobmi je možné tabuľku vyplniť?  
(Ján Mazák)
- 5 Nech  $P$  a  $Q$  sú postupne stredy strán  $BC$  a  $AC$  trojuholníka  $ABC$ . Nech rovnobežka s  $AC$  prechádzajúca stredom  $K$  úsečky  $PQ$  pretína priamku  $BQ$  v bode  $L$  a priamka  $PL$  pretína úsečku  $AC$  v bode  $M$ . Dokážte, že  $M$  je stred úsečky  $AQ$ .  
(Jaroslav Švrček)
- 6 Štvorciferné číslo  $\overline{abcd}$  s nenulovými ciframi nazveme *zrkadlitelné* práve vtedy, keď pripočítaním 9-násobku nejakého trojciferného čísla zapísaného pomocou troch rovnakých cifier vznikne číslo  $\overline{dcba}$ . Koľko zrkadlitelných čísel existuje?  
(Mária Dományová, Patrik Bak)

---

Termín odovzdania riešení: **21. 1. 2025**

---