MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(maďarská verzia)

1 Egy a és b különböző oldalhosszúságú téglalap alakú papírlapot áthajtunk úgy, hogy két átellenes sarka fedje egymást. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkezett ötszög területe az $\left(\frac{1}{2}ab, \frac{3}{4}ab\right)$ intervallumból van!

(Josef Tkadlec)

2 Legyenek a és b olyan természetes számok, melyekre $a > b$, valamint $a + b$ osztható 9-cel és $a - b$ osztható 11-gyel.

a) Határozzuk meg az $a + b$ lehető legkisebb értékét!

b) Bizonyítsuk be, hogy az $a + 10b$ és $b + 10a$ számok oszthatók 99-cel!

(Jaromír Šimša)

3 Határozzuk meg melyek azok az $a \times b$ méretű téglalapok, ahol $a \leq b$ és a téglalap 1×1-es négyzetekre bontható fel pontosan 110 darab egységhosszúságú szakasz segítségével.

(Josef Tkadlec)

4 Kitöltünk nullákkal és egyesekkel egy sakktáblaszerűen kifestett 4×4-es táblázatot, melynek bal felső sarka fekete. Minden olyan 2×2-es négyzete, amelynek bal felső sarka fekete, pontosan 2 darab nullát és 2 darab egyest tartalmaz. Határozzuk meg, hogy hány különböző módon tölthető ki így ez a táblázat!

(Ján Mazák)

5 Jelölje rendre P ill. Q az ABC háromszög BC ill. AC oldalainak középpontját. Legyen a PQ szakasz K középpontján áthaladó AC-vel párhuzamos egyenes és a BQ egyenes metszéspontja L, valamint a PL egyenes és az AC szakasz metszéspontja M. Bizonyítsuk be, hogy az M pont az AQ szakasz középpontja!

(Jaroslav Švrček)

6 Egy négyjegyű $\overline{abcd}$ számot, mely nem tartalmazza a nulla számjegyet, pontosan akkor nevezzük *tükrözhetőnek*, ha egy egyforma számjegyekből álló háromjegyű szám 9-szeresét hozzáadva megkaphatjuk a $\overline{dcba}$ számot. Hány tükrözhető szám létezik?

(Mária Dományová, Patrik Bak)

Termín odovzdania riešení: **21. 1. 2025**

Slovenská komisia Matematickej olympiády
Vydal: NIVaM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava, 2024