
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh domáceho kola kategórie C (maďarská verzia)

- 1 Egy a és b különböző oldalhosszúságú téglalap alakú papírlapot áthajtunk úgy, hogy két átellenes sarka fedje egymást. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkezett ötszög területe az $(\frac{1}{2}ab, \frac{3}{4}ab)$ intervallumból van!
(Josef Tkadlec)
- 2 Legyenek a és b olyan természetes számok, melyekre $a > b$, valamint $a + b$ osztható 9-cel és $a - b$ osztható 11-gyel.
a) Határozzuk meg az $a + b$ lehető legkisebb értékét!
b) Bizonyítsuk be, hogy az $a + 10b$ és $b + 10a$ számok oszthatók 99-cel!
(Jaromír Šimša)
- 3 Határozzuk meg melyek azok az $a \times b$ méretű téglalapok, ahol $a \leq b$ és a téglalap 1×1 -es négyzetekre bontható fel pontosan 110 darab egység hosszúságú szakasz segítségével.
(Josef Tkadlec)
- 4 Kitöltünk nullákkal és egyesekkel egy sakktáblaszerűen kifestett 4×4 -es táblázatot, melynek bal felső sarka fekete. Minden olyan 2×2 -es négyzete, amelynek bal felső sarka fekete, pontosan 2 darab nullát és 2 darab egyest tartalmaz. Határozzuk meg, hogy hány különböző módon tölthető ki így ez a táblázat!
(Ján Mazák)
- 5 Jelölje rendre P ill. Q az ABC háromszög BC ill. AC oldalainak középpontját. Legyen a PQ szakasz K középpontján áthaladó AC -vel párhuzamos egyenes és a BQ egyenes metszéspontja L , valamint a PL egyenes és az AC szakasz metszéspontja M . Bizonyítsuk be, hogy az M pont az AQ szakasz középpontja!
(Jaroslav Švrček)
- 6 Egy négyjegyű \overline{abcd} számot, mely nem tartalmazza a nulla számjegyet, pontosan akkor nevezzük *tükrözhetőnek*, ha egy egyforma számjegyekből álló háromjegyű szám 9-szeresét hozzáadva megkaphatjuk a \overline{dcba} számot. Hány tükrözhető szám létezik?
(Mária Dományová, Patrik Bak)
-

Termín odovzdania riešení: **21. 1. 2025**
