

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6

1 Pán Vaflička vypráža a predáva šišky, pán Šiška pečie a predáva vafle. Obaja cukrári majú každý týždeň otvorené od pondelka do piatka. Lenka u nich kupuje každý pondelok 2 vafle a 1 šišku, každý utorok 3 šišky a 1 vafľu, každú stredu 4 šišky, každý štvrtok 3 vafle a každý piatok 2 šišky a 2 vafle. Pán Šiška si raz všimol, že od prvého pondelka tohto mesiaca predal Lenke dokopy 30 vafľí.

Koľko šišiek predal Lenke za rovnaké obdobie pán Vaflička?

(Michaela Petrová)

2 V obdĺžniku so stranami dĺžok 4 cm a 8 cm ležia dve rôzne polkružnice, z ktorých každá má krajné body v jeho dvoch susedných vrcholoch a dotýka sa protiláhlej strany.

Zostrojte štvorec taký, že jeho dva vrcholy ležia na jednej polkružnici, zvyšné dva na druhej a jeho strany sú rovnobežné so stranami obdĺžnika.

(Karel Pazourek)

3 Päťciferný palindróm je také päťciferné číslo, ktoré má na mieste jednotiek rovnakú cifru ako na mieste desiatok a na mieste desiatok rovnakú cifru ako na mieste tisícok.

Nájdite najmenší päťciferný palindróm deliteľný číslom 36.

(Iveta Jančígová)

4 Šárka s Ľubošom spoločne zasadili 70 tulipánov rôznych farieb. Šárka nesadila žlté tulipány a päť deviatín tulipánov, ktoré zasadila, boli červené. Ľuboš nesadil červené tulipány a dve sedemnástiny tulipánov, ktoré zasadil, boli žlté.

Koľko zasadených tulipánov malo inú farbu ako červenú alebo žltú?

(Libuše Hozová)

5 Tri kamarátky sa po rokoch zišli a rozprávali sa o tom, kde ktorá z nich býva:

Prvá: „Ja bývam v Hruštíne.“

Druhá: „Ja nebývam v Očovej.“

Tretia druhej: „Ty nebývaš v Jasenove.“

Kamarátky naozaj bývajú v spomínaných dedinách, každá v inej. Jedna z kamarátok nepovedala pravdu a nebola to tá z Očovej.

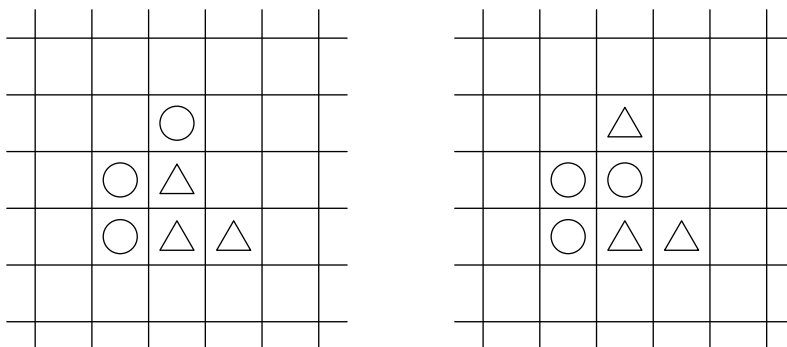
Rozhodnite, kde ktorá z kamarátok býva.

(Michaela Petrová)

6 V štvorcovej sieti sú tri kruhy a tri trojuholníky, každý v inom políčku. Každý útvar má aspoň jedného suseda, pričom susedia sú políčka so spoločnou stranou. Obsadené políčka tvoria súvislú oblasť, t. j. od každého ku každému sa dá dostať cez susedov. Každú noc sa každý útvar môže zmeniť podľa toho, ako cez deň vyzerali jeho susedia:

- Ak je útvar kruh a medzi jeho susedmi bolo viac trojuholníkov ako kruhov, tak sa zmení na trojuholník.
- Ak je útvar trojuholník a medzi jeho susedmi bolo viac kruhov ako trojuholníkov, tak sa zmení na kruh.
- V ostatných prípadoch sa útvar nezmení.

Príklad štvorcovej siete a premeny jej útvarov po jednej noci je na obrázku:



Nájdite aspoň jedno rozmiestnenie troch kruhov a troch trojuholníkov do siete také,

- a) aby sa v noci nezmenili;
- b) aby sa každý útvar každú noc zmenil;
- c) aby po niekoľkých nociach boli všetky útvary rovnaké.

(Iveta Jančígová)

Úlohy 1, 2, 3 treba odovzdať do **17. 1. 2025** a úlohy 4, 5, 6 do **4. 3. 2025**.

Slovenská komisia Matematickej olympiády

Vydal: NIVaM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava, 2024