

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

## Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9 (maďarská verzia)

---

1 Keressétek meg az összes olyan  $(x, y)$  egész számpárt, ahol  $x + y$  prímszám és  $3x + 5y = 16$ .

(Patrik Bak)

2 Egy szabályos négyoldalú hasáb térfogata  $864 \text{ cm}^3$ , palástjának területe az alapja területének a kétszerese. Milyen hosszú a testátlója?

(Vladimír Dedek)

3 Keressétek meg a lehető legnagyobb olyan  $n$  számot, amelyre az  $\{1, 2, \dots, n\}$  halmaz 5 nem üres részhalmazra osztható úgy, hogy az egyes részhalmazokban lévő számok párosával relatív prímek.

(Tomáš Bárta)

4 Döntsetek el, hogy egy 2024 számjegyösszegű számhoz hozzáadható-e egy egyjegyű szám úgy, hogy az eredmény számjegyösszege 74 legyen.

(Tomáš Bárta)

5 Adott az  $ABC$  háromszög, amelynek  $AB$  oldala kétszer olyan hosszú, mint az  $AC$  oldal, és a  $BAC$  szög tengelye a  $BC$  oldalt a  $D$  pontban metszi. Legyen  $E$  a  $D$  ponton áthaladó  $AB$  oldallal párhuzamos egyenes és az  $AC$  oldal metszéspontja,  $F$  pedig az  $E$  ponton áthaladó  $AD$  szakasszal párhuzamos egyenes és a  $BC$  oldal metszéspontja. Határozzátok meg az  $AD$  és  $EF$  szakaszok hosszának arányát!

(Mária Dományová)

6 Pisztráng és Ponty úszók próbára akarták tenni erejüket. A medence ellentétes oldalairól egyszerre ugrottak a szomszédos sávokba, és egymással szemben úsztak, mindegyikük a saját állandó sebességével. Az úszók először Pisztráng rajtoldalától 8 méter távolságban haladtak el egymás mellett, a pálya végén gyorsan megfordultak és visszaúsztak. A második alkalommal Ponty rajtoldalától 5 méteres távolságban találkoztak az úszók, a pálya végére úsztak, így a verseny véget ért.

Határozzátok meg, hogy ki nyert, és milyen hosszú volt a medence.

(Libuše Hozová)

---

Úlohy 1, 2, 3 treba odovzdať do **15. 11. 2024** a úlohy 4, 5, 6 do **13. 12. 2024**.

---