

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

## Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A (maďarská verzia)

---

1 Az  $a, b, c, d$  valós számokra fennáll, hogy

$$a + b + c + d = 0$$

és

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 0.$$

Határozzuk meg, hogy az

$$ab = cd,$$

$$ac = bd,$$

$$ad = bc$$

egyenlőségek közül egyszerre mennyi teljesülhet.

2 Keressük meg a legnagyobb  $n$  egész számot a következő tulajdonsággal: Ha adott a síkban öt egymástól különböző pont úgy, hogy valamelyik kettő a maradék három által meghatározott háromszög belsejében fekszik, akkor az adott öt pont közül három megjelölhető az  $X, Y, Z$  jelölésekkel úgy, hogy fennáll:  $n^\circ < |\sphericalangle XYZ| \leq 180^\circ$ .

3 Legyen  $p$  az a legnagyobb prímszám, amely osztja a természetes  $n$  számot, ahol  $n > 1$ . Az  $n$  szám osztóinak halmazából képzett összes nemüres részhalmazhoz hozzáírjuk az elemeinek összegét. Tegyük fel, hogy így a  $\{1, 2, \dots, p + 2\}$  halmazból több, mint  $p$  számot írtunk fel és egy számot sem írtunk fel többször belőle. Bizonyítsuk be, hogy egyetlen szám sincs felírva többször.

---

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 17. marca 2025** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

---

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
  - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
  - preklad: Štefan Gyürki
-

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

## Zadania úloh 2. časti celoštátneho kola kategórie A (maďarská verzia)

---

4 Egy körvonal mentén legalább három különböző prímszám van felírva. Minden két szomszédos prímszámhoz írjuk fel az összegük legnagyobb prímosztóját. Így ugyanazokat a prímszámokat kaptuk meg, mint az eredetiek, csak más sorrendben. Határozzuk meg az összes lehetséges kezdeti prímszámhalmazt.

(Például a 2, 7, 3, 11, 17 prímszámok ebben a sorrendben nem felelnek meg, mivel a hozzátartozó összegek 9, 10, 14, 28, 19 s ezek legnagyobb prímosztói rendre 3, 5, 7, 7, 19.)

5 Keressük meg az összes pozitív természetes  $n$  számot, amely rendelkezik a következő tulajdonsággal: Az  $n \times n$ -es négyzetes táblázatban kifesthető  $2n$  darab mező úgy, hogy semelyik kettő nem érintkezik oldallal és csúcsban sem, valamint minden sorban és minden oszlopban pontosan két mező van kifestve.

6 Legyen  $ABC$  egy hegyesszögű háromszög. Jelölje  $H$  a magasságpontját,  $\omega$  a körülírt körét és  $O$  ennek középpontját. Továbbá, jelölje  $M$  a  $BC$  oldal középpontját és  $D$  az  $AH$  egyenes  $A$ -tól különböző metszéspontját az  $\omega$  körvonalal. A  $DM$  egyenes az  $\omega$  körvonalat a  $D$ -től különböző  $E$  pontban metszi. Legyen  $F$  az  $AE$  egyenes  $E$ -től különböző metszéspontja az  $OME$  háromszög körülírt körével. Bizonyítsuk be, hogy  $|FH| = |FA|$ .

---

2. část celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **utorok 18. marca 2025** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

---

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
  - autor za SK MO: Michal Pecho
  - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
  - preklad: Štefan Gyürki
-