

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

## Zadania úloh krajského kola kategórie B

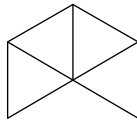
---

1 V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy - 2z + 1 = 0,$$

$$y^2 - xy - 2y + 2x = 0.$$

2 Určte všetky kladné prirodzené čísla  $n$  také, že pravidelný šesťuholník so stranou dĺžky  $n$  sa dá rozrezať na útvary ako na obrázku zložené zo štyroch rovnostranných trojuholníkov so stranou dĺžky 1.



3 Nech  $I$  je stred kružnice vpísanej trojuholníku  $ABC$ . Obraz kružnice  $k$  opísanej trojuholníku  $BIC$  v osovej súmernosti podľa priamky  $BC$  pretína úsečky  $AB$  a  $AC$  postupne v bodoch  $D$  a  $E$ , kde  $D \neq B$  a  $E \neq C$ . Predpokladajme, že sa úsečky  $BE$  a  $CD$  pretínajú na kružnici  $k$ . Určte všetky možné veľkosti uhla  $BAC$ .

4 Nájdite všetky kladné prirodzené čísla  $n$  také, že čísla

$$\frac{1}{n} \quad \text{a} \quad \frac{1}{n + 23^2}$$

majú nekonečné desatinné rozvoje, ktoré sa zhodujú od niektorého miesta rovnakého pre obe čísla.

---

Krajské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 1. apríla 2025** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
  - autori z SK MO: Mária Dományová, Ján Mazák
  - recenzenti: Jozef Rajník, Stanislav Krajčí
  - preklad: Peter Novotný
-