

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

## Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

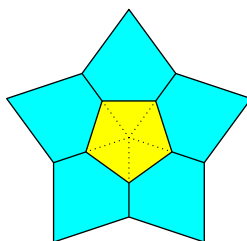
1 V rohových políčkach tabuľky  $3 \times 3$  sú napísané čísla tak, ako na obrázku:

|    |  |    |
|----|--|----|
| 3  |  | 6  |
|    |  |    |
| 12 |  | 15 |

Do prázdnych políčok doplňte nenulové prirodzené čísla tak, aby súčin čísel v každom riadku a každom stĺpci bol rovnaký. Nájdite všetky možnosti.

(Jaroslav Zhouf)

2 Útvar na obrázku je vytvorený z piatich zhodných azúrových kosoštvorcov a jedného žltého pravidelného päťuholníka, ktorý kosoštvorce čiastočne prekrýva. Kosoštvorce susedia celými stranami a na týchto stranách ležia vrcholy päťuholníka. Pomer dĺžky polomeru kružnice opísanej päťuholníku a dĺžky strany kosoštvorca je  $4 : 7$ .



Rozhodnite, či neprekrývaná časť každého kosoštvorca má väčší, rovnaký alebo menší obsah ako päťuholník.

(Mária Dományová)

3 Na tabuli je napísaných niekoľko po sebe nasledujúcich prirodzených čísel počnúc číslom 1. Každé z týchto čísel má buď azúrovú, alebo žltú farbu. Súčet každých dvoch rôznofarebných čísel je prvočíslo, súčet každých dvoch čísel rovnakej farby je zložené číslo.

Najviac koľko čísel môže byť napísaných na tabuli?

(Patrik Bak)

4 Nenulové prirodzené číslo nazveme *kvadrátové*, ak jeho zápis obsahuje cifru alebo skupinu po sebe idúcich cifier, ktoré sú zápisom druhej mocniny nenulového prirodzeného čísla. (Např. čísla 257 a 725 sú kvadrátové, čísla 275 a 572 nie.)

Určte počet všetkých dvojciferných kvadrátových čísel.

(Monika Dillingerová)

5 V lyžiarskom oddiele sa počet všetkých detí znížil o 10 %, pričom pomer dievčat voči všetkým deťom vzrástol z 50 % na 55 %.

O koľko percent sa zmenil počet dievčat?

(Iveta Jančígová)

6 Kružnice  $k$  a  $l$  sa dotýkajú zvonku, pričom polomer kružnice  $k$  je rovnaký ako priemer kružnice  $l$ . Bod  $S$  je stred kružnice  $k$ , bod  $T$  je bod dotyku kružníc, bod  $A$  leží na kružnici  $l$  mimo spojnice stredov kružníc a bod  $M$  je stred úsečky  $AS$ .

Dokážte, že uhol  $ATM$  je pravý.

(Lukáš Komín)

Termíny odovzdania riešení: **piatok 14. 11. 2025** (úlohy 1, 2, 3) a **piatok 12. 12. 2025** (úlohy 4, 5, 6)

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- autori za SK MO: Monika Dillingerová, Mária Dományová, Iveta Jančígová
- recenzenti: Iveta Jančígová, Stanislav Krajčí, Erika Novotná
- preklad: Erika Novotná