

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

Zadania úloh domácej prípravy kategórie B

(maďarská verzia)

- 1 Egy tetraéder minden éléhez hozzárendelünk egy valós számot úgy, hogy minden lapon az adott oldalat határoló élekre írt három szám összege megegyezzen. Legfeljebb hány különböző számot írhattunk fel a hat élre?

(Mária Dományová)

- 2 Egy természetes szám utolsó két számjegyéből alkotott szám a 90. Bizonyítsátok be, hogy a szám pozitív osztói-nak szorzata négyzetszám.

(Ján Mazák)

- 3 Egy táblára fel van rajzolva egy körvonal (a középpontja nélkül) és rajta a páronként különböző A, B, C pontok. Rendelkezésünkre áll egy kréta és egy távolságmérésre nem alkalmas karcos háromszögvonalzó, amellyel két tetszőleges pontot egyenessel összeköthetünk és egy megrajzolt egyenesre egy megadott ponton áthaladó merőleges egyenest állíthatunk (a pontnak nem kell feltétlenül az eredeti egyenesre esnie). A fenti eszközök segítségével szerkesszék meg ABC beírt körének a középpontját.

(Ema Čudaiová)

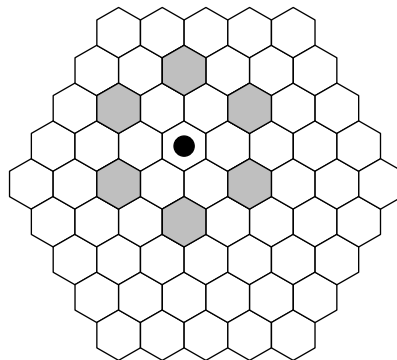
- 4 Az x és y valós számok teljesítik az $xy \geq x + y > 0$ egyenlőtlenséget. Mi az $x + y$ kifejezés legkisebb lehetséges értéke?

(Patrik Bak)

- 5 Adott az $ABCD$ konvex négyszög, melyre igaz, hogy $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle ADC|$ és $|\sphericalangle BCD| = 3 |\sphericalangle BAD|$. A P és Q pontok a rendre az AB és AD szakaszokon fekszenek úgy, hogy $APCQ$ paralelogramma. Legyen O a CPQ köré írt kör középpontja. Bizonyítsátok be, hogy az AO és BD egyenesek merőlegesek egymásra.

(Patrik Bak)

- 6 Az ábrán látható tábla 61 darab egységnyi oldalhosszúságú szabályos hatszögből áll. Minden mezőn legfeljebb egy figura állhat. Két figura akkor fenyegeti egymást, ha olyan mezőkön állnak, melyek középpontjainak távolsága éppen 3. (Az ábrán a fekete pöttyel jelölt figura éppen a szürke mezőket fenyegeti.) Legfeljebb hány figurát helyezhetünk fel a táblára úgy, hogy semelyik kettő ne fenyegetse egymást?



(Jozef Rajník)

A megoldások leadási határideje: **2026. 1. 20., kedd**

- Kiadta: Slovenská komisia MO és NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- Lektorálták: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
- Fordította: Záhorský Ákos