

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

Zadania úloh domácej prípravy kategórie C (maďarská verzia)

1 Döntsétek el, hogy létezik-e olyan természetes szám, melynek bármely két számjegye különböző, és

a) 1-től 8-ig,

b) 1-től 9-ig

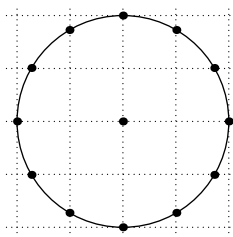
az összes számjegyet tartalmazza, továbbá minden belső számjegye osztja a két szomszédjából balról jobbra képzett kétjegyű számot. (Például az 1324 szám rendelkezik ezzel a tulajdonsággal, mert 3 osztja 12-t és 2 osztja 34-et.)

(Patrik Bak)

2 Vizsgáljuk az olyan a, b, c természetes számokból álló számhármassokat, melyekre az $a, b, c, a + b, b + c, c + a$ számok mind különbözőek és a három legnagyobb közülük 75 az összege. Határozzátok meg az $a + b + c$ kifejezés legnagyobb lehetséges értékét.

(Patrik Bak)

3 Az 1 oldalhosszúságú négyzetek által alkotott négyzetrácsban adott egy körvonal, melynek középpontja rácspont és a sugara 2. Ez a körvonal a négyzetrács egyeneseit 12 pontban metszi. Bizonyítsátok be, hogy ezek a metszéspontok egy szabályos 12-szög csúcsai.



(Josef Tkadlec)

4 Határozzátok meg az összes olyan négyjegyű $\overline{abcd}$ számot, melyre teljesül

$$\overline{ab} + \overline{cd} = \sqrt{\overline{abcd}}$$

és

$$\overline{cd} - \overline{ab} = 5.$$

(Mária Dományová)

5 Metsszék egymást az $ABCD$ trapéz átlói a P pontban, továbbá az átlószakaszok felezőmerőlegesei metsszék egymást az AB alapon fekvő M pontban. Bizonyítsátok be, hogy a P pont a CDM háromszög beírt körének a középpontja.

(Jaroslav Švrček)

6 A tepsin 21 gombóc van elhelyezve, ezekből 10 lekvárral van megtöltve, és a maradék 11 túróval. Tíz kérdést tehetünk fel a péknek. Mindegyik kérdés abból áll, hogy rámutatunk két gombócra, és a pék megmondja, hogy a töltelékük ugyanolyan vagy különböző. Fel tudjuk-e tenni úgy a kérdéseinket, hogy végül legalább egy gombócról teljes bizonyossággal meggyőződjünk, hogy mivel van megtöltve?

(Jozef Tkadlec, Felix Schröder)

A megoldások leadási határideje: 2026. 1. 20., kedd

- Kiadta: Slovenská komisia MO és NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- Lektorálták: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
- Fordította: Záhorský Ákos