
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

Návodné a doplňujúce úlohy k úlohám domácej prípravy kola kategórie Z6

1 V nasledujúcom sčítacom algebrograme zodpovedajú rôzne písmená rôznym cifrám a rovnaké rovnakým:

$$\begin{array}{r} T \ O \ N \ A \\ O \ N \ A \\ N \ A \\ A \\ \hline 8 \ 6 \ 5 \ 4 \end{array}$$

Nahrad'te písmená ciframi tak, aby bol výpočet správny. Nájdite všetky možnosti.

(Iveta Jančigová)

Rôzne písmená v nasledujúcich algebrogramoch zodpovedajú rôznym cifrám, a rovnaké písmená rovnakým. Nahrad'te písmená ciframi tak, aby bol výpočet správny. Nájdite všetky možnosti.

N1

$$PES + ES = 170$$

Riešenie:

Zrejme platí $P = 1$, teda riešime $ES + ES = 70$, t. j. $2 \cdot ES = 70$, z čoho $ES = 35$. Odtiaľ dostávame jediné riešenie, v ktorom PES je 135.

N2

$$NIVA + IVA = 8630$$

Riešenie:

Z počítania na mieste jednotiek vyplýva buď $A = 0$, alebo $A = 5$. Pre $A = 0$ vychádza na mieste desiatok v súčte párna číslica, čo nevyhovuje. Pre $A = 5$ vychádza buď $V = 1$, alebo $V = 6$. Pre $V = 6$ vychádza na mieste stoviek v súčte nepárna číslica, čo nevyhovuje. Pre $V = 1$ vychádza buď $I = 3$ a $N = 8$, alebo $I = 8$ a $N = 7$. Dostávame dve riešenia, v ktorých $NIVA$ je 8315 alebo 7815.

D1

$$PO \cdot DO = ONO$$

Riešenie:

Z počítania na mieste jednotiek vyplýva buď $O = 1$, alebo $O = 5$, alebo $O = 6$. Pre $O = 1$ úloha nemá riešenie. Pre $O = 5$ vychádza buď $P = 1$ a $D = 3$, alebo naopak. Pre $O = 6$ vychádza $P = D = 2$, čo nie sú rôzne číslice. Úloha má teda dve riešenia, ktoré sa líšia len poradím P a D , a to $15 \cdot 35 = 525$ a $35 \cdot 35 = 525$.

D2

$$\begin{array}{rclcl} ABC & : & AD & = & AE \\ + & & + & & \\ FG & - & BG & = & EH \\ = & & = & & \\ EDH & & CF & & \end{array}$$

Riešenie:

Z rozdielu na druhom riadku vyplýva $H = 0$. Delenie v prvom riadku znamená $AD \cdot AE = ABC$, odkiaľ vyplýva $A = 1$. Z toho a z rôznosti cifier plynie len málo možností pre D, E, B, C . Zo súčtu v prvom stĺpci vyplýva $E = 2$ a iba dve možnosti pre zvyšné cifry. Po preverení vyhovuje jediné riešenie zobrazené nižšie.

$$\begin{array}{rclcl} 156 & : & 13 & = & 12 \\ + & & + & & \\ 74 & - & 54 & = & 20 \\ = & & = & & \\ 230 & & 67 & & \end{array}$$

- 2 Od 1. januára bol pán Novák zamestnaný v novej firme, pričom nástupná výška jeho platu bola 1550 eur mesačne. Pretože sa osvedčil, od istého mesiaca v prvom polroku mu zvýšili plat o niekoľko celých eur. Takýto plat dostával mesačne už vo všetkých ďalších mesiacoch. Za celý rok si zarobil dokopy 20000 eur. Za ktorý mesiac mohol dostať prvýkrát zvýšený plat a o koľko eur? Nájdite všetky možnosti.

(Marián Macko)

- N1 Michal dostal na celý týždeň košík so 17 jablkami. Každý deň počnúc pondelkom zjedol 3 jablká. Čoskoro si vypočítal, že ak mu majú jablká vystačiť až do nedele, musí o jedno znížiť počet jabĺk, ktoré denne zje. Ktorý deň začal Michal jesť menej jabĺk?

Riešenie:

Menej jabĺk začal jesť vo štvrtok, lebo $3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 17$.

- N2 Adam dostal na celý týždeň košík so 47 slivkami. Každý deň počnúc pondelkom zjedol 5 sliviek. Čoskoro si vypočítal, že môže počet sliviek, ktoré denne zje, zvýšiť, a slivky mu aj tak vydržia až do nedele. Začal teda jesť viac sliviek, a to každý deň rovnako, ale nie viac ako 10. V nedeľu ich dojedol všetky. Ktorý deň začal Adam jesť viac sliviek a o koľko? Uveďte všetky možnosti.

Riešenie:

Ak by jedol 5 sliviek denne celý týždeň, zjedol by 35 a 12 by mu zostalo. S týmto prebytkom si mohol poradiť tak, že začal jesť buď v utorok o 2, alebo vo štvrtok o 3, alebo v piatok o 4 slivky viac.

- N3 Eliška sa rozhodla počas júla prečítať knihu, ktorá mala 316 strán. Každý deň počnúc 1. júlom prečítala 10 strán. Niekoľko dní pred koncom mesiaca zistila, že by takto knihu nedočítala, a začala čítať viac. Opäť čítala rovnaký počet strán denne, a svoje predsavzatie tak splnila. Koľko strán denne mohla Eliška čítať počas posledných júlových dní? Uveďte všetky možnosti.

Riešenie:

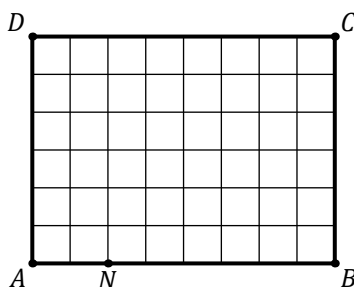
Ak by čítala 10 strán denne celý júl, prečítala by 310 strán a 6 by jej chýbalo. Čítanie mohla navýšiť buď o 1 stranu posledných 6 dní, alebo o 2 strany posledné 3 dni, alebo o 3 strany posledné dva dni. Posledné dni teda mohla čítať buď 11, alebo 12, alebo 13 strán denne.

- D1 Pán Cieľavedomý nastúpil 1. januára do nového zamestnania s nástupným platom v celých stovkách eur. Keďže sa osvedčil, od istého mesiaca mu zvýšili plat o pätinu. Jeho nový plat bol opäť v celých stovkách a za celý rok zarobil niečo medzi 25 000 a 31 000 eur (vrátane týchto hodnôt). Aký bol nástupný plat pána Cieľavedomého a od ktorého mesiaca dostal pridané? Určte všetky možnosti.

Riešenie:

Uvedenému ročnému zárobku zodpovedá mesačný plat medzi 2 083 a 2 584 eurami. Nástupný plat pána Cieľavedomého bol nižší a deliteľný 500, teda buď 2 000, alebo 2 500 eur. S mesačným platom 2 000 eur by za rok zarobil 24 000, takže pridané dostal najneskôr v októbri (lebo $24\,000 + 3\,400 = 27\,400$). S mesačným platom 2 500 eur by za rok zarobil 30 000, takže pridané dostal najskôr v novembri.

- 3 Obdĺžnik $ABCD$ rozmerov 8×6 je pomocou vodorovných a zvislých čiar rozdelený na rovnaké štvorčeky a bod N leží v štvrtine jeho dlhšej strany AB bližšie k A , tak ako vidíme na obrázku.



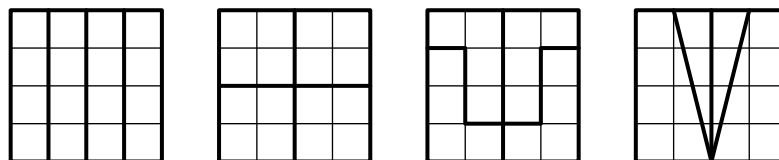
Rozdeľte obdĺžnik $ABCD$ tromi úsečkami so spoločným bodom N na štyri časti s rovnakými obsahmi.

(Daniela Kovalčíková)

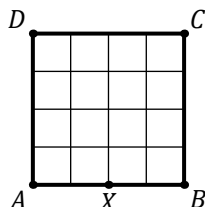
- N1 Vrcholy štvorca 4×4 sú mrežovými bodmi štvorcovej siete. Nájdite aspoň štyri spôsoby, ako rozdeliť tento štvorec na štyri rovnaké časti tak, aby vrcholy nových útvarov boli mrežovými bodmi štvorcovej siete.

Riešenie:

Napríklad:



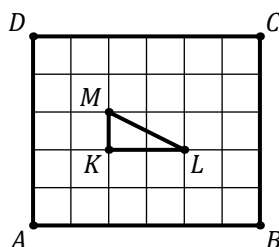
- N2** Vrcholy štvorca $ABCD$ sú mrežovými bodmi štvorcovej siete a bod X je mrežový bod na strane AB . Rozdeľte štvorec $ABCD$ na štyri časti so spoločným bodom X a s rovnakými obsahmi.



Riešenie:

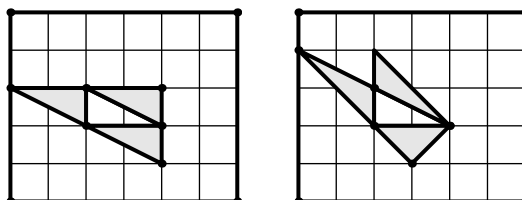
Ide o posledný prípad z riešenia predchádzajúcej úlohy.

- N3** Vrcholy obdĺžnika $ABCD$ a trojuholníka KLM sú mrežovými bodmi štvorcovej siete. Vyznačte aspoň 6 trojuholníkov, ktoré majú rovnaký obsah ako trojuholník KLM , má s ním práve jednu spoločnú stranu a zvyšný vrchol je mrežovým bodom obdĺžnika $ABCD$.

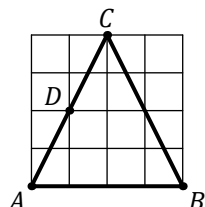


Riešenie:

Trojuholníkov, ktoré vyhovujú všetkým podmienkam a sú zhodné s trojuholníkom KLM , je päť. Tri také trojuholníky sú znázornené na prvom obrázku nižšie, ďalšie tri nezhodné s KLM sú na druhom obrázku. (Trojuholníkov so spoločnou stranou KM , KL , LM je postupne 6, 7, 3.)

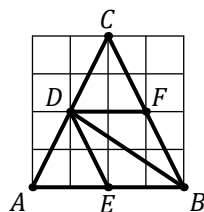


- D1** Vrcholy trojuholníka ABC sú mrežovými bodmi štvorcovej siete a bod D je mrežovým bodom na strane AC . Rozdeľte trojuholník ABC na štyri časti so spoločným bodom D a s rovnakými obsahmi.



Riešenie:

Obsah trojuholníka ABC zodpovedá 8 štvorčekom siete, takže obsah každej časti bude zodpovedať 2 štvorčekom. Riešenie je naznačené na obrázku nižšie – koncové body deliacich úsečiek sú mrežovými bodmi E , B , F .



- 4 Majme jedno trojčiferné a jedno dvojčiferné číslo. Trojčiferné číslo zaokrúhlime na stovky a dvojčiferné zaokrúhlime na desiatky. Rozdiel zaokrúhlených čísel je 500.

Aký najmenší a aký najväčší môže byť rozdiel pôvodných nezaokrúhlených čísel?

(Marián Macko)

- N1 Majme v riadku čísla 17, 49, 72, 65, 8. Všetky čísla zaokrúhlime na desiatky a výsledky zapíšeme do ďalšieho riadku pod pôvodné čísla. Pre ktorú dvojicu čísel v prvom riadku platí, že ich rozdiel sa

- a) najmenej;
- b) najviac

líši od rozdielu zodpovedajúcich čísel v druhom riadku?

Riešenie:

Rozdiely na prvom a druhom riadku sa líšia

- a) najmenej o 1 pri dvojiciach 17, 8 a 49, 8;
- b) najviac o 7 pri dvojici 72, 65.

- N2 Na bežeckých pretekoch dobehol Samuel do cieľa pred Erikom. Obaja bežali celé počty minút, ktoré po zaokrúhlení na desiatky dávali rovnaký výsledok. Tak to potom Erik aj uvádzal, hoci skutočný Samuelov čas bol o pätinu kratší ako Erikov. Koľko minút mohli trvať preteky každému z chlapcov? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Erikov čas v minútach bol násobkom 5, Samuelov čas sa zaokrúhľoval nahor. Buď Erik bežal 10 a Samuel 8 minút, alebo Erik 20 a Samuel 16 minút.

- N3 Majme dve dvojčiferné čísla. Keď obe zaokrúhlime na desiatky, rozdiel týchto zaokrúhlených čísel bude 40. Aký najmenší a aký najväčší môže byť rozdiel nezaokrúhlených čísel?

Riešenie:

Pri zaokrúhľovaní na desiatky sa číslo môže zmenšiť najviac o 4 a zväčšiť najviac o 5. Rozdiel nezaokrúhlených čísel mohol byť najmenej 31 a najviac 49.

- D1 Majme jedno trojčiferné a jedno dvojčiferné číslo. Trojčiferné číslo zaokrúhlime na stovky a dvojčiferné na desiatky. Súčet zaokrúhlených čísel je 750, súčet nezaokrúhlených je o 16 väčší. Aký najmenší a aký najväčší môže byť rozdiel nezaokrúhlených čísel?

Riešenie:

750 môže vzniknúť iba ako súčet 700 a 50. Dvojčiferné nezaokrúhlené číslo môže byť v rozsahu od 45 do 54. Pre 45, resp. 54 je trojčiferné nezaokrúhlené číslo 712, resp. 721. Rozdiel je 658, resp. 676, a to je najmenšia, resp. najväčšia hodnota rozdielu nezaokrúhlených čísel.

- 5 Peťo má ku každému dňu v týždni priradenú farbu: k pondelku modrú, k utoroku zelenú, k strede bielu, k štvrtku červenú, k piatku oranžovú, k sobote sivú a k nedeľi hnedú. V týchto farbách nosí aj ponožky, a to tak, že na pravej nohe má ponožku farby dňa, avšak na ľavej nohe nemá ponožku farby tohto dňa ani dňa nasledujúceho. (Napri. v sobotu má na pravej nohe sivú ponožku a na ľavej nemá sivú ani hnedú.)

Určte, ktorý je deň, ak mal Peťo na ľavej nohe predvčerom modrú ponožku, včera červenú a dnes má na nej hnedú.

(Monika Dillingerová)

V nasledujúcich štyroch úlohách nosí Peťo ponožky tak, ako je popísané v súťažnej úlohe.

- N1 Jedného dňa mal Peťo na ľavej nohe zelenú ponožku. Akú ponožku mohol mať v ten deň na pravej nohe?

Riešenie:

Zelenú ponožku na ľavej nohe mohol mať v ktorýkoľvek deň okrem pondelka a utorka. Na pravej nohe teda mohol mať bielu, červenú, oranžovú, sivú alebo hnedú ponožku.

N2 Predvčerom mal Peťo na pravej nohe červenú ponožku. Akú ponožku nemôže mať zajtra na ľavej nohe?

Riešenie:

Predvčerom musel byť štvrtok, dnes je teda sobota a zajtra bude nedeľa. Zajtra nemôže mať na ľavej nohe hnedú ani modrú ponožku.

N3 Dnes má Peťo na jednej nohe zelenú a na druhej bielu ponožku. Aký je dnes deň?

Riešenie:

Ak má na pravej nohe zelenú ponožku, tak je utorok. Vtedy však nemôže mať na ľavej nohe bielu ponožku, táto možnosť teda nevyhovuje. Ak má na pravej nohe bielu ponožku, tak je streda, preto zelenú ponožku na ľavej nohe mať môže. Dnes je teda streda.

D1 Včera mal Peťo na ľavej nohe modrú a dnes červenú ponožku. Sestra mu odporúča, aby si na ľavú nohu zajtra opäť obul modrú ponožku a pozajtra hnedú. Rozhodnite, či sa Peťo môže obliecť podľa sestrinho odporúčania. Ak áno, aký je dnes deň?

Riešenie:

Z prvej a druhej informácie vyplýva, že dnes nie je pondelok, ani utorok, ani streda, ani štvrtok. Ak by bol piatok, pozajtra by si nemohol obúť hnedú. Ak by bola sobota alebo nedeľa, zajtra by si nemohol obúť modrú. Sestrinho odporúčanie teda nie je zlučiteľné s Peťovými zvyklosťami.

D2 Alex má taký zvyk, že každú sobotu od 8. do 13. hodiny klame a zvyšok dňa hovorí pravdu. Podobne Saša každú sobotu od 13. do 18. hodiny klame a zvyšok dňa hovorí pravdu. Keď sa raz v sobotu stretli, prebehol tento rozhovor:

Alex: „Rád ťa vidím. Pred hodinou som klamal.“

Saša: „To je náhoda, ja som pred hodinou tiež klamala.“

Koľko mohlo byť práve hodín?

Riešenie:

Alex mohol svoj výrok vysloviť buď medzi 8. a 9. hodinou (nepravdivo), alebo medzi 13. a 14. hodinou (pravdivo). Saša mohla svoj výrok vysloviť buď medzi 13. a 14. hodinou (nepravdivo), alebo medzi 18. a 19. hodinou (pravdivo). Rozhovor teda prebehol medzi 13. a 14. hodinou.

6 Obdĺžnikový park má obvod 228 metrov. Vo vrcholoch obdĺžnika a na jeho stranách rástlo 38 okrasných kríkov tak, že vzdialenosti medzi každými dvoma susednými kríkmi boli rovnaké. Na dvoch protiláhlych stranách obdĺžnika zasadil záhradník medzi každé dva kríky jeden ďalší. Tým zvýšil počet kríkov po obvode parku na 60.

Určte rozmery parku.

(Marián Macko)

N1 Záhradník zasadil jahody na okrajoch obdĺžnikového záhona tak, že rastliny boli v rohoch a na stranách v pravidelných rozstupoch 80 cm. Záhon mal rozmery 160 cm a 240 cm. Koľko rastlín záhradník zasadil?

Riešenie:

V rohoch boli 4 rastliny, na každej z kratších strán ešte 1 navyše, na každej z dlhších strán 2 navyše. Záhradník teda zasadil 10 rastlín.

N2 Medzi obcami Začiatky a Koncovice sa má po jednej strane cesty vysadiť nové stromoradie. Na úseku 5 km chcú v pravidelných rozstupoch vysadiť brezy a potom doprostred medzi každé dve brezy striedavo jablone a čerešne. Vzdialenosti medzi dvoma najbližšími jablňami majú byť 40 metrov. Koľko briez sa má podľa tohto plánu vysadiť?

Riešenie:

Medzi každými dvoma najbližšími jablňami majú byť 2 brezy. Vzdialenosť najbližších briez teda bude 20 metrov. Takýchto úsekov sa do 5 km zmestí 250. Podľa plánu majú vysadiť 251 briez.

N3 Geometer vyznačil pomocou kolíkov obdĺžnikové územie s obsahom 24 štvorcových metrov. Kolíky boli v rohoch a na stranách v pravidelných rozstupoch 1 meter. Koľko kolíkov potreboval? Nájdite všetky možnosti.

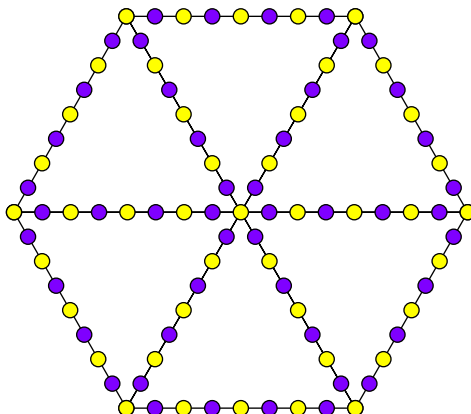
Riešenie:

Úvahy sú podobné ako v úlohe N1, avšak záleží na rozmeroch obdĺžnika: pre rozmery 1 m a 24 m potrebovala 50 kolíkov, pre rozmery 2 m a 12 m potrebovala 28 kolíkov, pre rozmery 3 m a 8 m potrebovala 22 kolíkov, pre rozmery 4 m a 6 m potrebovala 20 kolíkov.

D1 Záhradník vytvoril na záhrade ornament v tvare pravidelného šesťuholníka so stranou dĺžky 120 cm. Vo vrcholoch šesťuholníka, na jeho stranách, aj na uhlopriečkach prechádzajúcich stredom zasadil sedmokrásy v pravidelných rozstupoch 30 cm. Na každej strane a každej uhlopriečke medzi každé dve sedmokrásy zasadil ešte fialku. Koľko sedmokrások a koľko fialiek zasadil?

Riešenie:

Pravidelný šesťuholník je uhlopriečkami prechádzajúcimi stredom rozdelený na 6 rovnakých rovnostranných trojuholníkov. Vo vrcholoch a v strede šesťuholníka je po 1 sedmokráske, medzi nimi sú na každom z 12 úsekov ďalšie 3 sedmokrásky a 4 fialky. Záhradník zasadil 43 sedmokrások a 48 fialiek.



-
- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - preklad: Iveta Jančígová
 - recenzenti: Iveta Jančígová, Stanislav Krajčí