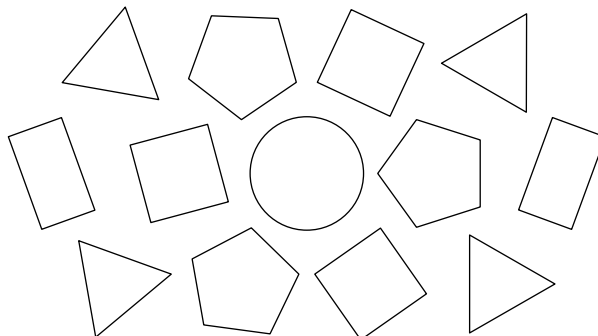


# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

## Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

- 1 Na obrázku je trinásť geometrických útvarov, z ktorých niektoré sú rovnaké. Do každého útvaru vpíšte jedno z čísel 1, 2, ..., 9 tak, aby v rovnakých útvaroch boli rovnaké čísla a v rôznych rôzne.

Aký najväčší a aký najmenší môže byť súčet čísel v útvaroch?



(Miroslava Smitková)

### Riešenie:

Na obrázku je päť druhov rovnakých útvarov: 4 trojuholníky, 3 štvorce, 3 päťuholníky, 2 obdĺžniky a 1 kruh.

Súčet zadaných čísel je najväčší možný, ak sú v útvaroch, ktoré sú početnejšie, väčšie čísla. Ak napíšeme číslo 9 do trojuholníkov, číslo 8 do štvorcov, číslo 7 do päťuholníkov, číslo 6 do obdĺžnikov a číslo 5 do kruhu, dostaneme tak najväčší možný súčet, a to  $4 \cdot 9 + 3 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 5$  čiže 98.

Súčet zadaných čísel je najmenší možný, ak sú v útvaroch, ktoré sú početnejšie, menšie čísla. Ak dáme 1 do trojuholníkov, 2 do štvorcov, 3 do päťuholníkov, 4 do obdĺžnikov a 5 do kruhu, dostaneme najmenší možný súčet, a to  $4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5$  čiže 32.

Najväčší možný súčet je 98 a najmenší 32.

### Pokyny:

1 bod za vymenovanie rôznych druhov útvarov a ich počty; 2 body za formuláciu myšlienky o priradení čísel útvarom; po 1 bode za každé priradenie; 1 bod za výsledky.

- 2 Vojtech a Pavol sa vážili spolu so svojím psom Brokom. Zistili, že Brok váži 13 kg, Pavol s Brokom vážia rovnako ako Vojtech a Vojtech spolu s Brokom váži dvakrát toľko ako Pavol.

Určte, koľko váži Vojtech a koľko Pavol.

(Michaela Petrová)

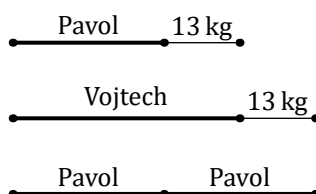
### Riešenie:

Pavol s Brokom váži rovnako ako Vojtech, takže Vojtech s Brokom vážia rovnako ako Pavol a dvakrát Brok. Vojtech a Brok zároveň vážia rovnako ako dvakrát Pavol, takže Pavol váži rovnako ako dvakrát Brok.

Brok váži 13 kg, teda Pavol váži  $2 \cdot 13$  kg čiže 26 kg a Vojtech váži  $26 \text{ kg} + 13 \text{ kg}$  čiže 39 kg.

### Poznámka:

Reprezentácia predchádzajúcich nápadov pomocou úsečiek vyzerá takto:



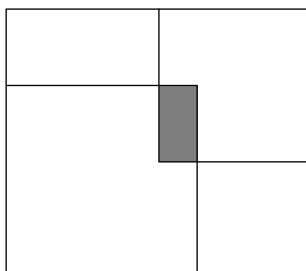
### Pokyny:

3 body na analýzu vzťahov a ich vyjadrenie alebo zobrazenie; 2 body za váhu jedného chlapca; 1 bod za váhu druhého.

Správne riešenie bez komentára ohodnotíte nanajvýš 3 bodmi.

- 3 V obdĺžniku s rozmermi 808 cm a 707 cm sú do protiláhlých rohov vložené dva štvorce so stranami dĺžok 505 cm a 404 cm. Každý zo štvorcov prilieha dvoma stranami k stranám obdĺžnika. Štvorce sa prekrývajú v obdĺžniku, ktorý je na obrázku vyznačený sivou farbou.

Vypočítajte dĺžky strán sivého obdĺžnika.



(Erika Novotná)

**Riešenie:**

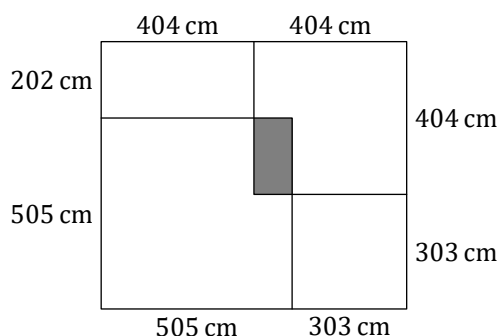
Súčet dĺžok strán štvorcov je  $505 \text{ cm} + 404 \text{ cm}$  čiže 909 cm. Vo vodorovnom smere je rozmer daného obdĺžnika 808 cm, preto sa štvorce v tomto smere prekrývajú v úseku dlhom  $909 \text{ cm} - 808 \text{ cm}$  čiže 101 cm.

Vo vertikálnom smere je rozmer daného obdĺžnika 707 cm, preto sa štvorce v tomto smere prekrývajú v úseku dlhom  $909 \text{ cm} - 707 \text{ cm}$  čiže 202 cm.

Rozmery šedého obdĺžnika sú teda 101 cm a 202 cm.

**Poznámka:**

Zadané a vypočítané dĺžky úsekov po stranách daného obdĺžnika sú vyznačené na obrázku:



**Poznámka:**

Rozmery šedého obdĺžnika v horizontálnom alebo vertikálnom smere môžu byť vyjadrené ako  $505 \text{ cm} - 404 \text{ cm}$  alebo  $404 \text{ cm} - 303 \text{ cm}$  čiže 101 cm, resp.  $505 \text{ cm} - 303 \text{ cm}$  alebo  $404 \text{ cm} - 202 \text{ cm}$  čiže 202 cm.

**Poznámka:**

Zámena dĺžok strán obdĺžnika vedie k rovnakému riešeniu, ale diskusia ohľadom tejto zámeny nie je od žiakov vyžadovaná.

**Pokyny:**

3 body za opis vzťahov medzi dĺžkami strán štvorcov, daného obdĺžnika a sivého obdĺžnika; 2 body za prvý z rozmerov sivého obdĺžnika; 1 bod za druhý rozmer sivého obdĺžnika.

Správne riešenie len s obrázkom s naznačenými dĺžkami a bez komentára ohodnotte nanajvýš 3 bodmi.

Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným.

Prosíme, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X. Y. a práve traja žiaci (vrátane X. Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X. Y., tak žiakovi X. Y. patrí v poradí 6.–8. miesto, prípadne skrátené len 6. miesto.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- autorka z SK MO: Erika Novotná
- recenzenti: Erika Novotná, Iveta Jančígová, Stanislav Krajčí
- preklad: Erika Novotná