
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A

- 1 Pre kladné reálne čísla x, y, z platí $x^2 + y^2 + z^2 = 75$ a dva z troch súčtov $x + y, y + z, z + x$ sú aspoň 10. Určte najmenšiu a najväčšiu možnú hodnotu zvyšného súčtu.
- 2 Nech ABC je ostrouhlý trojuholník a nech T je jeho ťažisko. Nech P je bod kratšieho oblúka s krajnými bodmi B a C kružnice opísanej ABC a nech Q je päta kolmice z bodu P na úsečku BC . Nech X je priesečník priamky QT a rovnobežky s BC cez bod A a nech S je stred úsečky PX . Dokážte, že $|\sphericalangle BAP| = |\sphericalangle SAC|$.
- 3 Povieme, že skupina ľudí je *trojznámostová*, keď sa každý jej člen pozná presne s tromi ďalšími členmi a skupinu nie je možné rozdeliť na dve neprázdne časti tak, aby každý ich člen mal všetkých svojich známych vo svojej časti. (Vzťah známosti je vzájomný.) Určte najväčšie prirodzené číslo k také, že $k \geq 3$ a existuje nenulové prirodzené číslo n také, že z každej trojznámostovej skupiny aspoň s n ľuďmi sa dá vybrať aspoň k ľudí a posadiť ich k okrúhlemu stolu tak, že sa každý dvaja susedia poznajú.

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 16. marca 2026** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - autor za SK MO: Jozef Rajník
 - recenzenti: Stanislav Krajčí, Peter Novotný
 - preklad: Peter Novotný
-

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

Zadania úloh 2. časti celoštátneho kola kategórie A

4 Nech a a b sú rôzne nenulové prirodzené čísla také, že čísla $a^2 + 1$ a $ab + 1$ majú rovnaké množiny prvočiniteľov. Dokážte, že číslo $a^2 + b^2 + 2$ je deliteľné druhou mocninou niektorého prvočísla.

5 Nech $\{a_1, a_2, \dots, a_{2026}\} = \{1, 2, \dots, 2026\}$ a pre každé prirodzené číslo i platí $a_{i+2026} = a_i$. Určte najmenší možný aj najväčší možný počet indexov i z množiny $\{1, 2, \dots, 2026\}$ takých, že každé z 2026 čísel

$$\begin{aligned} & a_i, \\ & a_i - a_{i+1}, \\ & a_i - a_{i+1} + a_{i+2}, \\ & a_i - a_{i+1} + a_{i+2} - a_{i+3}, \\ & \vdots \\ & a_i - a_{i+1} + \dots - a_{i+2023} + a_{i+2024}, \\ & a_i - a_{i+1} + \dots - a_{i+2023} + a_{i+2024} - a_{i+2025}. \end{aligned}$$

je nezáporné.

6 Nech $ABCDEF$ je šesťuholník vpísaný do kružnice so stredom O taký, že každé jeho dve protilahlé strany sú rovnobežné. Priamky AB, CD, EF určujú trojuholník Δ_1 a priamky BC, DE, FA určujú trojuholník Δ_2 . Dokážte, že stredy kružníc opísaných trojuholníkom Δ_1 a Δ_2 sú súmerne združené podľa bodu O .

2. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **utorok 17. marca 2026 od 8:30 do 13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - autori za SK MO: Jakub Krivošík, Dominik Martin Rigász
 - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
 - preklad: Peter Novotný
-