
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Zadania úloh domácej prípravy kategórie A (maďarská verzia)

- 1 Egy kör alakú asztal körül 76 lovag ül. Mindegyiküknek éppen négy bizalmasa van az asztaltársaságban, a két legközelebbi jobbra ülő szomszéd, és a két legközelebbi balra ülő szomszéd. Hányféleképpen lehet úgy két csoportba osztani a lovagokat, hogy minden lovag pontosan két szövetségesevel legyen azonos csoportban?

(Jozef Rajník)

- 2 Egy adott körlapot három egyenes mindegyike úgy oszt két körszeletre, hogy a két alakzat területei úgy aránylanak egymáshoz, mint $2 : 1$. Ez a három egyenes a körlapot hét részre osztja. Bizonyítsátok be, hogy valamelyik rész területe megegyezik két vagy három másik (egymástól páronként különböző) rész területeinek összegével.

(Tomáš Bárta)

- 3 Az ABC háromszög beírt körének középpontja és súlypontja egyforma távol vannak a BC egyenestől. Bizonyítsátok be, hogy a BC oldalhoz tartozó hozzáírt kör sugara egyenlő az A -ból induló magasság hosszával. (Az ABC kör BC oldalához tartozó hozzáírt kör alatt azt a körvonalat értjük, amely érinti a BC oldalat és a BA illetve CA félegyeneseket.)

(Zdeněk Pezlar)

- 4 Keressétek meg az összes olyan p, q prímszámpárt, melyekre $p > q$ és teljesül

$$(p + q + 1) (\text{lkt}(p - 1, q - 1) + 1) = 11pq.$$

Az $\text{lkt}(a, b)$ kifejezés a és b egészek legkisebb közös többszörösét jelöli.

(Tomáš Jurík)

- 5 Az $ABCDE$ konvex ötszögben teljesülnek $|\sphericalangle CBA| = |\sphericalangle ADC|$, $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle EDA|$ és $|\sphericalangle AED| = |\sphericalangle DCA|$. Bizonyítsátok be, hogy $CD \parallel BE$.

(Patrik Bak)

- 6 Egy pozitív egész m számra jelölje $g(m)$ a legkisebb olyan k számot, amelyre létezik k olyan mértani sorozat, hogy m minden pozitív osztója szerepel legalább az egyik mértani sorozatban. Határozzátok meg az összes olyan pozitív egész n -t, melyre teljesül $g(n!) = g((n + 1)!)$. Oldjátok meg a feladatot, ha a megengedett sorozatok a) kvóciensei racionális számok, b) kvóciensei valós számok.

(Zdeněk Pezlar)

A feladatok leadási határideje: **2026. 12. 1., kedd**

- Kiadták: Slovenská komisia MO és NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- Lektorálták: Peter Novotný, Stanislav Krajčí, Jozef Rajník
- Fordította: Záhorský Ákos