
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Zadania úloh domácej prípravy kategórie B

(maďarská verzia)

- 1 Keressétek meg az összes $x^2 + px + q$ alakban felírható $f(x)$ polinomot, ahol p, q valós együtthatók, melyekre teljesül $f(p) - q = f(q) - p = 2$.

(Jaroslav Švrček)

- 2 Egy 3×3 -as táblázatot kitöltünk kilenc páronként különböző prímszámmal úgy, hogy minden sorösszegben és oszlopösszegben megegyezzen az egyesek helyén szereplő számjegy. Mi a táblázatba írt kilenc szám összegének legkisebb lehetséges értéke?

(Tomáš Jurík, Tomáš Bárta)

- 3 Az $ABCD$ téglalap AB, BC, CD, DA oldalain rendre felvesszük a K, L, M, N pontokat úgy, hogy $KM \perp LN$. Bizonyítsátok be, hogy a $KLMN$ négyszög oldalfelező pontjaiból álló négyszög területe nem kisebb, mint az $ABCD$ négyszög területének egynegyede.

(Jaroslav Švrček, Jaromír Šimša)

- 4 Jelölje $\text{lko}(a, b)$ a pozitív egész a, b számok legnagyobb közös osztóját és $\text{lkkt}(a, b)$ a legkisebb közös többszörösüket. Határozzátok meg az összes olyan pozitív egész m -et, hogy teljesül

$$\text{lko}(25, m) + \text{lkkt}(26, m + 1) = 2027.$$

(Tomáš Jurík)

- 5 A 0, 1, 2, 3, 6 és 7 számjegyekből megalkotjuk az összes olyan hatjegyű számot, mely mind a hat számjegyet tartalmazza, és mindegyiket felírjuk egy-egy kártyára. Döntsetek el, hogy felosztható-e az így kapott pakli hét kupacra úgy, az adott kupacokban lévő kártyákon szereplő számok összege megegyezik. Döntéseketek indokoljátok meg.

(Jana Kopfová)

- 6 Jelölje M az AB alap középpontja az $ABCD$ egyenlőszárú trapézban. Jelölje K a DM egyenes és a trapéz köré írt k körvonal második metszéspontja és P k -t K -ban érintő egyenes és az AB egyenes metszéspontja.

a) Bizonyítsátok be, hogy C, M, K, P egy egyenesen fekszenek.

b) Bizonyítsátok be, hogy a BD egyenes érinti a BCP köré írt kört.

(Zdeněk Pezlar, Patrik Bak)

A feladatok leadási határideje: **2027. 1. 19., kedd**

- Kiadták: Slovenská komisia MO és NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- Lektorálták: Peter Novotný, Stanislav Krajčí, Jozef Rajník
- Fordította: Záhorský Ákos